

经济数学基础12

单选(292)

1、 $d/dx \sin(1-x^2)dx = ()$

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(1+x^2)dx = () . \text{答案} : 0 .$$

2、 $d/dx [x \ln x] = ()$

$$\frac{d}{dx} \int_1^e \ln x dx = () . \text{答案} : 0$$

3、 $d/dx [\cos x] = ()$

$$\frac{d}{dx} \int \cos x dx = () . \text{答案} : \cos x$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 3x + 2}{5x^2 + 2x + 3} = () . \text{答案} : \frac{4}{5}$$

5、 $\lim_{x \rightarrow 0} 2 \sin x / x = ()$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - 2 \sin x}{x} = () . \text{答案} : D.2$$

6、 $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x / x = ()$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x} = () . \text{答案} : 0$$

7、 $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x / x = ()$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x} = () . \text{答案} : 1$$

8、 $\lim_{x \rightarrow 1} 2 - 1/\sin(x-1) = ()$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sin(x-1)} = () . \text{答案} : 2$$

9、 $\lim_{x \rightarrow \infty} 2 - 3x + 1/4x^2 + 2x + 4 = ()$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{4x^2 + 2x + 4} = () . \text{答案} : \frac{1}{4}$$

10、 $\lim_{x \rightarrow 2} 2 - 3x + 2/x^2 - 7x + 6 = ()$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 7x + 6} = () . \text{答案} : \frac{1}{5}$$

11、 $\lim_{x \rightarrow 2} 2 - 4/\sin(x+2) = ()$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sin(x+2)} = () . \text{答案} : -4$$

12、 $\lim_{x \rightarrow 2} 2 - 4/\sin(x-2) = ()$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sin(x-2)} = () . \text{答案} : 4$$

13、 $\lim_{x \rightarrow \infty} 2 - 5x + 5/3x^2 + 2x + 4 = ()$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 5}{3x^2 + 2x + 4} = () . \text{答案} : \frac{2}{3}$$

14、 $\lim_{x \rightarrow 2} 2 - 5x + 6/x^2 - 3x + 2 = ()$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2} = () . \text{答案} : -1$$

15、 $\lim_{x \rightarrow 2} 2 - 5x + 6/x^2 - 6x + 8 = ()$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 8} = () . \text{答案} : \frac{1}{2}$$

16、 $\lim_{x \rightarrow 0} x - 2 \sin x / x = ()$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - 2 \sin x}{x} = () . \text{答案} : -1$$

17、 n 元线性方程组有解的充分必要条件是 $()$ 。

A. 秩 $A = \text{秩}(\bar{A})$

18、 $y = x^2 - 4$

$y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 2}$ 的定义域是 $(-\infty, -2] \cup (2, +\infty)$

19、 $\int (\sin x)' dx = ()$

$\int (\sin x)' dx = ()$. 答: C. $\sin x + c$

20、 $\int (\tan x)' dx = ()$

$\int (\tan x)' dx = ()$. 答案: $\tan x + c$

21、 $\int x^2 - 25/x - 5 dx = ()$

$\int \frac{x^2 - 25}{x - 5} dx = ()$. 答案: $\frac{x^2}{2} + 5x + c$

22、 $\int x^2 - 2x - 3/x - 3 dx = ()$

$$\int \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} dx = () \quad \text{答案: } \frac{1}{2}x^2 + x + c$$

23、 $\int x^2 - 4/x + 2 dx = ()$

$$\int \frac{x^2 - 4}{x + 2} dx = () \quad \text{答案: } \frac{1}{2}x^2 - 2x + c$$

24、 $\int |1+x| dx = ()$

$$\int_{-2}^1 |1+x| dx = () \quad \text{答案: } \frac{5}{2}$$

25、 $\int |2-x| dx = ()$

$$\int_{-1}^2 |2-x| dx = () \quad \text{答案: } \frac{9}{2}$$

26、当 $a = ()$, $b = ()$ 时, 函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin 1/x + b, & x < 0 \\ \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续。

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} + b, & x < 0 \\ a, & x = 0 \\ \frac{\sin x}{x}, & x > 0 \end{cases}$$

当 $a = ()$, $b = ()$ 时, 函数在 $x=0$ 处连续。

答案: $a=1$, $b=1$

27、当 $a = ()$, $b = ()$ 时, 函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin 1/x + b, & x < 0 \\ \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续。

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} + b, & x < 0 \\ a, & x = 0 \\ \frac{\sin 2x}{x}, & x > 0 \end{cases}$$

当 $a = ()$, $b = ()$ 时, 函数在 $x=0$ 处连续。

答案: $a=2$, $b=2$

28、当 $a = ()$, $b = ()$ 时, 函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin 1/x + b, & x < 0 \\ \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续。

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x < 0 \\ a, & x = 0 \\ \frac{\sin x}{x} + b, & x > 0 \end{cases}$$

当 $a = ()$, $b = ()$ 时, 函数在 $x=0$ 处连续。

答案: $a=0$, $b=-1$

29、当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列变量为无穷小量的是 ()

D. x^3

30、当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列变量为无穷小量的是 ()

B. $\ln(1+x)$

31、当 $x \rightarrow 1$ 时, 变量 () 为无穷小量。

D. $\ln x$

32、当时 $x \rightarrow +\infty$, 下列变量为无穷小量的是 ()

$$\frac{\sin x}{x}$$

33、当时 $x \rightarrow 0$, 下列变量为无穷小量的是 ()

$$x \sin \frac{1}{x}$$

34、对线性方程组 $\begin{cases} x - 3x_2 - 2x_3 = -1 \\ 3x_1 - 8x_2 - 4x_3 = 0 \\ -2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases}$ 的增广矩阵做初等行变换可得

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 = -1 \\ 3x_1 - 8x_2 - 4x_3 = 0 \\ -2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases}$$

对线性方程组的增广矩阵做初等行变换可得

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 \\ 3 & -8 & -4 & 0 \\ -2 & 5 & 2 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \Lambda \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

则该方程组的一般解

为 (), 其中 x_3 是自由未知量。

$$\begin{cases} x_1 = -4x_3 + 8 \\ x_2 = -2x_3 + 3 \end{cases}$$

答案:

35、对线性方程组 $\begin{cases} x - 3x_2 - 2x_3 = 1 \\ 3x_1 - 8x_2 - 4x_3 = 0 \\ -2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$ 的增广矩阵做初等行变换可得

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 1 \\ 3x_1 - 8x_2 - 4x_3 = 0 \\ -2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$

对线性方程组的增广矩阵做初等行变换可得

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & 1 \\ 3 & -8 & -4 & 0 \\ -2 & 5 & 2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow L \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & -8 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

则该方程组的一般解为 (),

其中 x_3 是自由未知量。

$$\begin{cases} x_1 = -4x_3 - 8 \\ x_2 = -2x_3 - 3 \end{cases}$$

答案:

36、对线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + ax_3 = b \end{cases}$ 的增广矩阵做初等行变换可得, 则当 () 时, 该方程组有唯一解。

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + ax_3 = b \end{cases}$$

对线性方程组的增广矩阵做初等行变换可得

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 2 \\ 1 & 3 & a & b \end{bmatrix} \rightarrow L \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & a+3 & b-3 \end{bmatrix}$$

则当 () 时, 该方程组有唯一解。

答案: $a \neq -3$

37、对线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + ax_3 = b \end{cases}$ 的增广矩阵做初等行变换可得则当 () 时, 该方程组无解。

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + ax_3 = b \end{cases}$$

对线性方程组的增广矩阵做初等行变换可得

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 2 \\ 1 & 3 & a & b \end{bmatrix} \rightarrow L \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & a+3 & b-3 \end{bmatrix}$$

则当 () 时, 该方程组无解。

$a = -3$ 且 $b \neq 3$

38、对线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + ax_3 = b \end{cases}$ 的增广矩阵做初等行变换可得则当 () 时,该方程组有无穷多解.

对线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + ax_3 = b \end{cases}$ 的增广矩阵做初等行变换可得

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 2 \\ 1 & 3 & a & b \end{bmatrix} \rightarrow L \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & a+3 & b-3 \end{bmatrix} \text{ 则当 () 时, 该方程}$$

组有无穷多解.

$$a = -3 \text{ 且 } b = 3$$

39、对线性方程组的增广矩阵做初等行变换可得 $\begin{cases} x - 3x_2 - 2x_3 = 1 \\ -2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 - 8x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$

对线性方程组的增广矩阵做初等行变换可得

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 1 \\ -2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 - 8x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & 2 & 1 \\ 3 & -8 & -4 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \Lambda \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & -8 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ 则该方程组的}$$

一般解为 () , 其中 x_3 是自由未知量.

$$\text{答案: } \begin{cases} x_1 = -4x_3 - 8 \\ x_2 = -2x_3 - 3 \end{cases}$$

40、高需求量 q 对价格 p 的函数为,则需求弹性为 () .

设需求量 q 对价格 p 的函数为 $q(p) = 3 - 2\sqrt{p}$, 则需求

$$D. \frac{-\sqrt{p}}{3 - 2\sqrt{p}}$$

41、根据一阶线性微分方程的通解公式求解 $(1+x^2)y' + xy = x^2$, 则下列选项正确的是 () .

根据一阶线性微分方程的通解公式求解 $(1+x^2)y' + xy = x^2$, 则下列选项正确的是 () .

$$P(x) = \frac{x}{1+x^2}, Q(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$$

42、根据一阶线性微分方程的通解公式求解 $y' = 2/xy = x^3$, 则下列选项正确的是 () .

根据一阶线性微分方程的通解公式求解 $y' - \frac{2}{x}y = x^3$, 则下列选项正确的是 () .

$$P(x) = -\frac{2}{x}, Q(x) = x^3$$

43、根据一阶线性微分方程的通解公式求解有 $y' - xy = 1/x$, 则下列选项正确的是 ()

根据一阶线性微分方程的通解公式求解有 $y' - xy = \frac{1}{x}$, 则下列选项正确的是 ()

$$P(x) = -x, Q(x) = \frac{1}{x}$$

44、函数 $f(x) = 4 - x + 1/\ln(x-1)$ 的定义域为 () .

函数 $f(x) = \sqrt{4-x} + \frac{1}{\ln(x-1)}$ 的定义域为 () . 答案: $(1, 2) \cup (2, 4)$

45、函数 $f(x) = 5 - x + 1/\ln(x-1)$ 的定义域为 () .

函数 $f(x) = \sqrt{5-x} + \frac{1}{\ln(x-1)}$ 的定义域为 () . 答案: $(1, 2) \cup (2, 5)$

46、函数 $f(x) = 5 - x + \ln(x-1)$ 的定义域为 ()

函数 $f(x) = \sqrt{5-x} + \frac{1}{\ln(x-1)}$ 的定义域为 () .

$$A. (1, 2) \cup (2, 5]$$

47、函数 $f(x) = \{\sin x/x, x \neq 0, \text{在 } x=0 \text{ 处连续, 则 } k = () .$

函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k = ()$.

答案: A.1

48、函数 $f(x) = \sqrt{4-x} + 1/\ln(x-1)$ 的定义域为 ()

函数 $f(x) = \sqrt{4-x} + \frac{1}{\ln(x-1)}$ 的定义域为 ()

A. $(1, 2) \cup (2, 4]$

49、函数 $\lim_{x \rightarrow 1} 2 - 1/\sin(x-1)$ 的定义域为 () .

函数 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sin(x-1)}$ 的定义域为 () . 答案: $(-1, 0) \cup (0, 4]$

50、函数 $y = 3(x+1)^2$ 的驻点是 () .

函数 $y = 3(x+1)^2$ 的驻点是 () . 答案: $x = -1$

51、函数 $y = 3(x-2)^2$ 的驻点是 () .

$x=2$

52、函数 $y = x/\lg(x+1)$ 的定义域是 () .

函数 $y = \frac{x}{\lg(x+1)}$ 的定义域是 () .

D. $x > -1$ 且 $x \neq 0$

53、计算定积分: $\int_1^2 |1+x| dx$, 则下列步骤中正确的是 () .

$$\int_{-1}^2 |1-x| dx = \int_{-1}^1 (1-x) dx + \int_1^2 (x-1) dx$$

54、计算无穷限积分 $\int_{-\infty}^{\infty}$

计算无穷限积分 $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx = ()$. 答案: $C. \frac{1}{2}$

55、矩阵 $A = [1-11]$ 的秩是 () .

矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & 3 \end{bmatrix}$ 的秩是 () . 答案: 3

56、矩阵 $A = [1-11]$ 的秩是 () .

矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ 的秩是 () . 答案: 3

57、矩阵 $A = [124]$ 的秩是 () .

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 8 \\ \frac{1}{2} & 1 & \lambda \end{bmatrix}$, 则当 $\lambda = ()$ 时, $r(A)$ 最小. 答案: 2

58、矩阵 $A=[124]$ 的秩是 () .

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 8 \\ -\frac{1}{2} & -1 & \lambda \end{bmatrix}$, 则当 $\lambda = ()$ 时, $r(A)$ 最小. 答案: 2

59、列矩阵可逆的是 () .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

60、齐次线性方程组 $A_{3 \times 4} X_{4 \times 1} = 0$ () .

齐次线性方程组 $A_{3 \times 4} X_{4 \times 1} = 0$ () .

B.有非零解

61、求解可分离变量的微分方程 $y' = ex + y$, 分离变量后可得 () .

求解可分离变量的微分方程 $y' = e^{x+y}$, 分离变量后可得 () .

$$\frac{dy}{e^y} = e^x dx$$

62、求解可分离变量的微分方程 $y' = f(x) + g(x)$, 分离变量后可得 () .

$$\frac{1}{g(y)} dy = f(x) dx$$

63、求解可分离变量的微分方程 $y' = x + xy$, 分离变量后可得 () .

$$\frac{dy}{1+y} = x dx$$

64、曲线 $y = \sqrt{x} + 1$ 在点 (1,2) 的切线方程是 () .

曲线 $y = \sqrt{x} + 1$ 在点 (1,2) 的切线方程是 () . 答案: $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

65、曲线 $y = \sqrt{x} + 1$ 在点 (1,2) 的切线方程是 () .

曲线 $y = \sqrt{x} + 1$ 在点 (1,2) 的切线方程是 () .

$$A. y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

66、曲线 $y = \sqrt{x} - 1$ 在点 (1,0) 的切线方程是 () .

曲线 $y = \sqrt{x} - 1$ 在点 (1,0) 的切线方程是 () . 答案: $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

67、曲线 $y = \sqrt{x}$ 在点 (1,1) 的切线方程是 () .

曲线 $y = \sqrt{x}$ 在点 (1,1) 的切线方程是 () . 答案: $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

68、若 $f(1/x) = x$, 则 $df(x) = ()$.

若 $f(\frac{1}{x}) = x$, 则 $df(x) = ()$. 答案: $-\frac{1}{x^2} dx$

69、若 $f(1/x) = x$, 则 $f'(x) = ()$.

若 $f(\frac{1}{x}) = x$, 则 $f'(x) = ()$. 答案: $-\frac{1}{x^2}$

70、若 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则下列等式成立的是 () .

$$C. \int_a^x f(x) dx = F(x) - F(a)$$

答案:

71、若 $f(x+1) = x$, 则 $f'(x) = ()$.

答案: 1

72、若 n 元线性方程组 $AX = 0$ 满足 $r(A) = n$, 则该线性方程组 () .

B.有唯一解

73、若 $y = \lg 2x$, 则 $dy = ()$.

设 $y = \lg 2x$, 则 $dy = ()$. 答案: $\frac{1}{x \ln 10} dx$

74、若 $y = \lg 2x$, 则 $y' = ()$.

设 $y = \lg 2x$, 则 $y' = ()$. 答案: $\frac{1}{x \ln 10}$

75、若 $y = \lg 5x$, 则 $dy = ()$.

设 $y = \lg 5x$, 则 $dy = ()$. 答案: $\frac{1}{x \ln 10} dx$

76、若 $\int f(x) dx = 2x + 2x + c$, 则 $f(x) = ()$.

若 $\int f(x) dx = 2x + 2x + c$, 则 $f(x) = ()$.

$$2x \ln 2 + 2$$

77、若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int f(4x-5) dx = ()$.

若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int f(4x-5) dx = ()$.

$$D. \frac{1}{4} F(4x-5) + c$$

78、若 $\int f(x) dx = F(x)x + c$, 则 $\int f(3+\ln x)/x dx = ()$.

若 $\int f(x) dx = F(x)x + c$, 则 $\int \frac{f(3+\ln x)}{x} dx = ()$.

$$F(3+\ln x) + c$$

79、若 $\int f(x) dx = F(x)x + c$, 则 $\int f(3x-2) dx = ()$.

若 $\int f(x) dx = F(x)x + c$, 则 $\int f(3x-2) dx = ()$.

$$\frac{1}{3} F(3x-2) + c$$

80、若 $\int f(x) dx = F(x)x + c$, 则 $\int f(e-x) dx = ()$.

若 $\int f(x) dx = F(x)x + c$, 则 $\int f(3x-2) dx = ()$.

$$-F(e^{-x}) + c$$

81、若 $\int f(x) dx = \sin x + 5^{-x} + c$, 则 $f(x) = ()$.

若 $\int f(x) dx = \sin x + 5^{-x} + c$, 则 $f(x) = ()$.

$$\cos x - 5^{-x} \ln 5$$

82、若 $\int f(x) dx = x + 1/x + c$, 则 $f(x) = ()$.

若 $\int f(x)dx = x + \frac{1}{x} + c$, 则 $f(x) = ()$. 答案: $1 - \frac{1}{x^2}$

83、若函数 $f(x) = \{x^2 + 1$

若函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$, 在 $x=0$ 处连续, 则 $k = ()$. 答案: 1

84、若函数 $f(x)$ 在 x_0 点处连续, 则 $()$ 是正确的.

函数 $f(x)$ 在 x_0 点处有定义

85、若函数 $f(x)$ 在点 x_0 处可微, 则 $()$ 是错误的.

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$, 但 $A \neq f(x_0)$

86、若函数 $f(x)$ 在点 x_0 处可导, 则 $()$ 是错误的.

C. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$, 但 $A \neq f(x_0)$

87、若函数在点处可导, 则 $()$ 是错误的.

C. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$, 但是 $A \neq f(x_0)$

88、若线性方程组 $AmnX=0$ 只有零解, 则 $()$.

若线性方程组 $A_{mn}X=0$ 只有零解, 则 $()$.

C. $r(A)=n$

89、若线性方程组 $AX=0$, 则线性方程组 $AX=b$ $()$.

D. 解不能确定

90、若线性方程组 $AX=0$ 有无穷多解, 则线性方程组 $AX=0$ $()$.

有无穷多解

91、若线性方程组 $AX=0$ 只有零解, 则线性方程组 $AX=b$ $()$.

解不能确定

92、若线性方程组 $AX=b$ 有唯一解, 则线性方程组 $AX=0$ $()$.

A. 只有零解

93、若线性方程组 $AX=b$ 只有唯一解, 则线性方程组 $AX=0$ $()$.

B. 只有零解

94、若线性方程组 $AX=b$ 中, $r()=4, r(A)=3$, 则该线性方程组 $()$.

B. 无解

95、若线性方程组 $AX=0$ 只有零解, 则线性方程组 $AX=b$ $()$.

D. 解不能确定

96、若线性方程组的增广矩阵为, 则当 $()$ 时该线性方程组无解.

若线性方程组的增广矩阵为 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1-2\lambda & -4 \end{bmatrix}$, 则当 $\lambda = ()$ 时该线性方程组无解. 答: $A. 1/2$

97、若线性方程组的增广矩阵为 A

$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & \lambda & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, 则当 $\lambda = ()$ 时线性方程组无解. 答案: $A. \frac{1}{2}$

98、设 A 为 3×4 矩阵, B 为 5×2 矩阵, 且乘积矩阵 $ACBT$ 有意义, 则 C 为 $()$ 矩阵

4×2

99、设 A 为 5×2 矩阵, B 为 3×4 矩阵, 且乘积矩阵 $ACBT$ 有意义, 则 C 为 $()$ 矩阵

2×4

100、设 A, B 均为 n 阶矩阵, $(I+B)$ 可逆, 则矩阵方程 $A-BX=X$ 的解 $X = ()$.

$(I+B)^{-1}A$

101、设 A, B 均为 n 阶矩阵, $(I-B)$ 可逆, 则矩阵方程 $A+BX=X$ 的解 $X = ()$.

$(I-B)^{-1}A$

102、设 A, B 均为 n 阶矩阵, $(I-B)$ 可逆, 则矩阵方程 $A+XB=X$ 的解 $X = ()$.

$A(I-B)^{-1}$

103、设 A, B 均为 n 阶矩阵, 则等式 $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ 成立的充分必要条件是 $()$.

D. $AB=BA$

104、设 A, B 均为 n 阶可逆矩阵, 则下列等式成立的是 $()$.

D. $(A+B)^T = A^T + B^T$

105、设 A, B 均为 n 阶可逆矩阵, 则下列等式成立的是 $()$.

$|AB| = |BA|$

106、设 A, B 均为 n 阶可逆矩阵, 则下列等式成立的是 $()$.

$(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$

107、设 $A = [-21], B = [01]$, 则 $AB = ()$.

设 $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, 则 $AB = ()$. 答案: $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

108、设 $A = [-21], B = [01]$, 则 $BA = ()$.

设 $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, 则 $BA = ()$. 答案: $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

109、设 $A = [1-21]$, 则 $r(A) = ()$.

设 $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \end{bmatrix}$, 则 $r(A) = ()$.

答案: C. 2

110、设 $A = [11-1], B = [200]$, 则 $|AB| = ()$.

设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, 则 $|AB| = ()$. 答案: -2.4

111、设 $A = [110], B = [200]$, 则 $|AB| = ()$.

设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, 则 $|AB| = ()$. 答案: 0

112、设 $A = [120-3]$, 则 $r(A) = ()$.

设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 & -3 \end{bmatrix}$, 则 $r(A) = ()$.

答案: B. 2

113、设 $A = [13], I$ 为单位矩阵, 则 $(A-I)^T = ()$.

设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}, I$ 为单位矩阵, 则 $(A-I)^T = ()$. 答案: $\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

114、设 $A = [13], I$ 为单位矩阵, 则 $(I-A)^T = ()$.

设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}, I$ 为单位矩阵, 则 $(I-A)^T = ()$. 答案: $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & -3 \end{bmatrix}$

115、设 AB 为同阶可逆矩阵, 则下列等式成立的是 $()$.

C. $(AB)^T = B^T A^T$

116、设 A, B 均 n 阶可逆矩阵, 则下列等式成立的是 $()$.

A. $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$

117、设 A 是 $m \times n$ 矩阵, B 是 $s \times t$ 矩阵,
且 $AC^T B$ 有意义, 则 C 是() 矩阵。

A. $s \times n$

118、设 A 是 $n \times s$ 矩阵, B 是 $m \times s$ 矩阵, 则下列运算中有意义的是()。

B. AB^T

119、设 A 是可逆矩阵, 且 $A+AB=I$, 则 $A^{-1}=()$ 。

答案: C. $I+B$

120、设 A 为 2×4 矩阵, B 为 3×5 矩阵, 且乘积矩阵 ACB^T 有意义, 则 CT 为() 矩阵

B. 5×4

121、设 A 为 3×2 矩阵, 则 B 为 2×3 矩阵, 则下列运算中() 可以进行。

C. AB

122、设 A 为 3×4 矩阵, B 为 5×2 矩阵, 且乘积矩阵 ACB^T 有意义, 则 CT 为() 矩阵

2×4

123、设 A 为 5×2 矩阵, B 为 5×2 矩阵, 且乘积矩阵 $AC^T B^T$ 有意义, 则 C 为(B. 2×4) 矩阵。

124、设 $\cos(x+y)=4x$, 方程两边对 x 求导, 可得()。

$-\sin(x+y)(1+y')=4$

125、设 $f(x)=1/x+1$, 则 $f(f(x))=()$

设 $f(x)=\frac{1}{x}+1$, 则 $f(f(x))=(\square)$. 答案: $\frac{x}{1+x}+1$

126、设 $f(x)=1/x$, 则 $f(f(x))=()$ 。

C. x

127、设 $f(x)=\ln(1+x^2)$, 则 $f'(x)=()$

$\frac{2-2x^2}{(1+x^2)^2}$

128、设 $f(x)=x-1/x$, 则 $f(f(x))=()$

设 $f(x)=\frac{x-1}{x}$, 则 $f(f(x))=()$. 答案: $\frac{-1}{x-1}$

129、设 $f(x)=x\cos x$, 则 $f'(\pi/2)=()$

设 $f(x)=x\cos x$, 则 $f''(\frac{\pi}{2})=()$. 答案: -2

130、设 $f(x)=x\sin x$, 则 $f'(\pi/2)=()$

设 $f(x)=x\sin x$, 则 $f''(\frac{\pi}{2})=()$. 答案: $-\frac{\pi}{2}$

131、设 $f(x)=\{x^2+1, x \neq 0$, 在 $x=0$ 处连续, 则 $k=()$

设 $f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x \neq 0 \\ k, & x=0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k=()$. 答案: 1

132、设 $f(x)=\{x^2+2, x \neq 0$, 在 $x=0$ 处连续, 则 $k=()$

设 $f(x)=\begin{cases} x^2+2, & x \neq 0 \\ k, & x=0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k=()$. 答案: 2

133、设 $f(x)=\{x^2+k, x \neq 0$, 在 $x=0$ 处连续, 则 $k=()$

设 $f(x)=\begin{cases} x^2+k, & x \neq 0 \\ 1, & x=0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k=()$. 答案: 1

134、设 $P(x)=\int_1^x 1/t^2 dt$, 则 $P'(x)=()$ 。

设 $P(x)=\int_x^0 \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} dt$, 则 $P'(x)=()$. 答案: $-\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

135、设 $P(x)=\int_e^x e/2 dt$, 则 $P'(x)=()$ 。

设 $P(x)=\int_0^x \frac{e^{-t^2}}{2} dt$, 则 $P'(x)=()$. 答案: $\frac{e^{-x^2}}{2}$

136、设 $P(x)=\int_x^0 \ln(1+t^2) dt$, 则 $P'(x)=()$ 。

设 $P(x)=\int_x^0 \ln(1+t^2) dt$, 则 $P'(x)=()$.
 $-\ln(1+x^2)$

137、设 $\sin(x+2y)=3x$, 方程两边对 x 求导, 可得()。

$\cos(x+2y)(1+2y')=3$

138、设 $\sin(x+y)=4x$, 方程两边对 x 求导, 可得()。

$\cos(x+y)(1+y')=4$

139、设 $y=1/\sqrt{2x-1}$, 则 $y'=()$ 。

设 $y=\frac{1}{\sqrt{2x-1}}$, 则 $y'=()$. 答案: $-(2x-1)^{-\frac{3}{2}}$

140、设 $y=1/\sqrt{3x-5}$, 则 $y'=()$ 。

设 $y=\frac{1}{\sqrt{3x-5}}$, 则 $y'=()$. 答案: $-\frac{3}{2}(3x-5)^{-\frac{3}{2}}$

141、设 $y=1/\sqrt{5x-3}$, 则 $y'=()$ 。

设 $y=\frac{1}{\sqrt{5x-3}}$, 则 $y'=()$. 答案: $-\frac{5}{2}(5x-3)^{-\frac{3}{2}}$

142、设 $y=2x+3/x+2$, 则 $y'=()$ 。

设 $y=\frac{2x+3}{x+2}$, 则 $y'=()$. 答案: $\frac{1}{(x+2)^2}$

143、设 $y=2x-3/3x-2$, 则 $y'=()$ 。

设 $y=\frac{2x-3}{3x-2}$, 则 $y'=()$. 答案: $\frac{5}{(3x-2)^2}$

144、设 $y=2x-3/x-2$, 则 $y'=()$ 。

设 $y=\frac{2x-3}{x-2}$, 则 $y'=()$. 答案: $-\frac{1}{(x-2)^2}$

145、设 $y=\cos/x-2x$, 则 $dy=()$

设 $y=\cos\sqrt{x}-2^x$, 则 $dy=()$.
 $-(\frac{\sin\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}+2^x\ln 2)dx$

146、设 $y = \cos/x - 3x$, 则 $dy = ()$

设 $y = \cos \sqrt{x} - 3x$, 则 $dy = ()$.

$$-(\frac{\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} + 3x \ln 3) dx$$

147、设 $y = e^{2x} \cos 3x$, 则 $dy = ()$.

设 $y = e^{2x} \cos 3x$, 则 $dy = ()$. 答案: $(2e^{2x} \cos 3x - 3e^{2x} \sin 3x) dx$

148、设 $y = e^{2x} \sin 3x$, 则 $dy = ()$.

设 $y = e^{2x} \sin 3x$, 则 $dy = ()$. 答案: $(2e^{2x} \sin 3x + 3e^{2x} \cos 3x) dx$

149、设 $y = e^{3x} \sin 2x$, 则 $dy = ()$.

设 $y = e^{3x} \sin 2x$, 则 $dy = ()$. 答案: $(3e^{3x} \sin 2x + 2e^{3x} \cos 2x) dx$

150、设 $y = \sin/x - 2x$, 则 $dy = ()$

设 $y = \sin \sqrt{x} - 2x$, 则 $dy = ()$.

$$(\frac{\cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} - 2x \ln 2) dx$$

151、设 $y = x^2 + 2x + \log_2 x - 22$, 则 $= ()$.

设 $y = x^2 + 2x + \log_2 x - 2^2$, 则 $y' = ()$.

$$2x + 2x \ln 2 + \frac{1}{x \ln 2}$$

152、设 $y = x^3 + 2x - \log_2 x - 23$, 则 $= ()$.

设 $y = x^3 + 2x - \log_2 x - 2^3$

$$3x^2 + 2x \ln 2 - \frac{1}{x \ln 2}$$

153、设 $y = x^3 + 3x + \log_3 x - 32$, 则 $y' = ()$.

设 $y = x^3 + 3x + \log_3 x - 3^2$, 则 $y' = ()$.

$$3x^2 + 3x \ln 3 + \frac{1}{x \ln 3}$$

154、设 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int \sin 2x f(\cos 2x) dx = ()$.

D. $-F(\cos x) + c$

155、设 $\int f(x) dx = \ln x / x + C$

设 $\int f(x) dx = \frac{\ln x}{x} + C$, 则 $f(x) = ()$. C. $\frac{1 - \ln x}{x^2}$

156、设函数 $f(x+1) = x^2 + 2x + 5$, 则 $f'(x) = ()$.

$2x$

157、设函数 $f(x+1) = x^2 + 2x - 5$, 则 $f'(x) = ()$.

$2x$

158、设函数 $f(x+2) = x^2 + 4x + 5$, 则 $f'(x) = ()$.

$2x$

159、设矩阵 $A = [-100]$, 则 $A^{-1} = ()$

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, 则 $A^{-1} = ()$. 答案: $\begin{bmatrix} -1 & & \\ & -\frac{1}{2} & \\ & & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$

160、设矩阵 $A = [-2740]$

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} -2 & 7 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, 则 A 的元素 $a_{31} = ()$.

答: A.3

161、设矩阵 $A = [100]$, 则 $A^{-1} = ()$

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$, 则 $A^{-1} = ()$. 答案: $\begin{bmatrix} 1 & & \\ & \frac{1}{2} & \\ & & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$

162、设矩阵 $A = [104-5]$, 则 A 的元素 $a_{23} = ()$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & -5 \\ 3 & -2 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 6 & -1 \end{bmatrix}$$

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & -5 \\ 3 & -2 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 6 & -1 \end{bmatrix}$, 则 A 的元素 $a_{23} = ()$. 答案: 3

163、设矩阵 $A = [104-5]$, 则 A 的元素 $a_{24} = ()$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 & -5 \\ 3 & -2 & 3 & 2 \\ 6 & 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 & -5 \\ 3 & -2 & 3 & 2 \\ 6 & 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$, 则 A 的元素 $a_{24} = ()$. 答案: 2

164、设矩阵 $A = [200]$, 则 $(I-A)^{-1} = ()$

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$, 则 $(I-A)^{-1} = ()$. 答案: $\begin{bmatrix} -1 & & \\ & -\frac{1}{2} & \\ & & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$

165、设矩阵 $A = [401-5]$, 则 A 的元素 $a_{32} = ()$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 & -5 \\ 3 & -2 & 3 & 2 \\ 6 & 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 & -5 \\ 3 & -2 & 3 & 2 \\ 6 & 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$, 则 A 的元素 $a_{32} = ()$. 答案: 1

166、设某商品的需求函数为 $q(p) = 10e^{-p/2}$, 则需求弹性 $E_p = ()$.

设某商品的需求函数为 $q(p) = 10e^{-\frac{p}{2}}$, 则需求弹性 $E_p = ()$. 答案:

$$-\frac{p}{2}$$

167、设某商品的需求函数为 $q(p) = 10e^{-p/3}$, 则需求弹性 $E_p = ()$.

设某商品的需求函数为 $q(p) = 10e^{-\frac{p}{3}}$, 则需求弹性 $E_p = ()$. 答

$$-\frac{p}{3}$$

168、设某商品的需求函数为 $q(p) = 50e^{-p/2}$, 则需求弹性 $E_p = ()$.

设某商品的需求函数为 $q(p) = 50e^{-\frac{p}{2}}$, 则需求弹性 $E_p = ()$. 答

$$-\frac{p}{2}$$

169、设某商品的需求函数为 $q(p) = 10e^{-p/2}$, 则需求弹性 $E_p = ()$

设某商品的需求函数为 $q(p) = 10e^{-\frac{p}{2}}$, 则需求弹性 $E_p = -\frac{p}{2}$

170、设某商品的需求函数为 $q(p) = 25 - 4\sqrt{p}$, 则需求弹性 $E_p =$ ()

设某商品的需求函数为 $q(p) = 25 - 4\sqrt{p}$, 则需求弹性 $E_p =$ () .

B. $\frac{-2\sqrt{p}}{25-4\sqrt{p}}$

171、设某商品的需求函数为 $q(p) = 5 - 2P$ 则需求弹性 $E_p =$ ()

设某商品的需求函数为 $q(p) = 5 - 2\sqrt{p}$, 则需求弹性 $E_p =$

B. $\frac{-\sqrt{p}}{5-2\sqrt{p}}$

172、设 $A = [1111]$, 则 $r(A) =$ () .

设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$, 则 $r(A) =$ () .

答案: B.2

173、设下面矩阵 A, B, C 能进行乘法运算, 那么 () 成立.

B. $AB = AC$, A 可逆, 则 $B = C$

174、设线性方程组, 秩, 则该线性方程组 () .

设线性方程组 $AX = b$, 若秩(A) = 4, 秩(A) = 3, 则该线性方程组 () .

B. 只有零解

175、设线性方程组 $AX = b$ 的增广矩阵通过初等行变换化为 $[13126]$ (图), 则此线性方程组的一般解中自由未知量的个数为 () .

$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 2 & 6 \\ 0 & -1 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 答: D.1

176、设线性方程组 $AX = b$ 中, 若秩(A) = 4, 秩(A) = 3, 则该线性方程组 () .

设线性方程组 $AX = b$ 中, 若秩(A) = 4, 秩(A) = 3, 则该线性

B. 无解

177、设线性方程组 $AX = b$, 且 $A \rightarrow [1048]$, 则当 () 时, 方程组没有唯一解.

$\bar{A} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & t-1 & 0 \end{bmatrix}$

设线性方程组 $AX = b$, 且 $\bar{A} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & t-1 & 0 \end{bmatrix}$, 则当且仅当 () 时, 方程组没有唯一解.

$t = 1$

178、设线性方程组 $AX = b$, 且 $A \rightarrow [1048]$, 则当 () 时, 方程组有无穷多解.

$\bar{A} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & t-1 & 0 \end{bmatrix}$

设线性方程组 $AX = b$, 且 $\bar{A} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & t-1 & 0 \end{bmatrix}$, 则当 () 时, 方程组有无穷多解.

$t = 1$

179、设线性方程组 $AX = b$, 且 $A \rightarrow [1116]$, 则当且仅当 () 时, 方程组有唯一解.

$\bar{A} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & t+1 & 0 \end{bmatrix}$

设线性方程组 $AX = b$, 且 $\bar{A} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & t+1 & 0 \end{bmatrix}$, 则当且仅当 () 时, 方程组有唯一解.

$t = -1$

180、设线性方程组 $AX = b$ 的增广矩阵通过初等行变换化为

$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 2 & 6 \\ 0 & -1 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

则此线性方程组的一般解中自由未知量的个数为 () .

答案: D.1

181、设线性方程组 $AX = b$ 有唯一解, 则相应的齐次方程组 $AX = 0$ () .

C. 只有零解

182、设线性方程组 $AX = b$ 中, 若秩(A) = 4, 秩(A) = 3, 则该线性方程组 () .

设线性方程组 $AX = b$ 中, 若秩(A) = 4, 秩(A) = 3, 则该线性方程组 () .

无解

183、设线性方程组 $x_1 + x_2 = a, x_2 + x_3 = a, x_1 + 2x_2 + x_3 = a$ 则方程组有解的充分必要条件是 ()

设线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = a_1 \\ x_2 + x_3 = a_2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = a_3 \end{cases}$, 则方程组有解的充分必要条件是 () .

B. $-a_1 - a_2 + a_3 = 0$

184、设线性方程组 $x_1 - x_2 = 0, x_1 + \lambda x_2 = 0$ 非 0 解, 则 $\lambda =$ ()

设线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$ 有非 0 解, 则 $\lambda =$ () .

A. -1

185、设线性方程组 $\{x_1 + x_2 = 0\}$ 有非 0 解, 则 $\lambda =$ () .

设线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$ 有非 0 解, 则 $\lambda =$ () . 答案: 1

186、设线性方程组 $\{x_1 + x_2 = 0\}$ 有非 0 解, 则 $\lambda =$ () .

设线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ -x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$ 有非 0 解, 则 $\lambda =$ () . 答案: -1

187、设线性方程组 $\{x_1 + x_2 = a_1\}$, 则方程组有解的充分必要条件是 () .

设线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = a_1 \\ x_2 + x_3 = a_2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = a_3 \end{cases}$, 则方程组有解的充分必要条件是 () .

$a_1 + a_2 - a_3 = 0$

188、设线性方程组 $\{x_1 + x_2 = a_1\}$, 则方程组有解的充分必要条件是 () .

设线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = a_1 \\ x_2 + x_3 = a_2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = a_3 \end{cases}$, 则方程组有解的充分必要条件是 () .

$$-a_1 - a_2 + a_3 = 0$$

189、设线性方程组 $\{x_1 + x_2 = a_1\}$, 则方程组有解的充分必要条件是 () .

设线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = a_1 \\ x_2 + x_3 = a_2 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = -a_1 \end{cases}$, 则方程组有解的充分必要条件是 () .

$$a_1 + a_2 + a_3 = 0$$

190、设线性方程组 $\{x_1 - x_2 = 0\}$, 有非 0 解, 则 $\lambda =$ () .

设线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$ 有非 0 解, 则 $\lambda =$ () . 答案: -1

191、设需求量 q 对价格 p 的函数为

$$q(p) = 5 - 2\sqrt{p}, \text{ 则需求弹性为 } E_p = (\quad).$$

答案: D. $\frac{-\sqrt{p}}{5 - 2\sqrt{p}}$

192、设需求量 q 对价格 p 的函数为

$$q(p) = 3 - 2\sqrt{p}, \text{ 则需求弹性为 } E_p = (\quad \text{D. } -\frac{\sqrt{p}}{3 - 2\sqrt{p}} \quad).$$

193、设需求量 q 对价格 p 的函数为 $q(p) = 100e$

$$q(p) = 100e^{-\frac{p}{2}}, \text{ 则需求弹性为 } E_p = (\quad \text{A. } -\frac{p}{2} \quad).$$

194、设需求量 q 对价格 p 的函数为 $q(p) = 3 - 2p$, 则需求弹性为 $E_p =$ () .

设需求量 q 对价格 p 的函数为 $q(p) = 3 - 2\sqrt{p}$, 则需求弹性

D. $\frac{-\sqrt{p}}{3 - 2\sqrt{p}}$

195、微分方程 $y' = 1 + x$ 满足 $y(0) = 0$ 的特解为 () .

$$y = x + \frac{x^2}{2}$$

196、微分方程 $y' = e^{2x-y}$ 满足 $y(0) = 0$ 的特解为 () .

微分方程 $y' = e^{2x-y}$ 满足 $y(0) = 0$ 的特解为 () .

$$e^y = \frac{1}{2}e^{2x} + \frac{1}{2}$$

197、微分方程 $y' = e^x + 21y$ 满足 $y(0) = 0$ 的特解为 () .

$$e^{-2y} = -2e^x + 3$$

198、下列不定积分中, 常用分部积分法计算的是 () .

$$\int x \sin 2x dx$$

199、下列不定积分中, 常用分部积分法计算的是 () .

$$\int x^2 e^x dx$$

200、下列不定积分中, 常用分部积分法计算的是 () .

$$\int \ln x dx$$

201、下列等式不成立的是 () .

$$\text{A. } \ln x dx = d\left(\frac{1}{x}\right)$$

202、下列等式成立的是 ()

$$\text{C. } \frac{1}{x} dx = d(\ln x)$$

203、下列等式成立的是 () .

$$\text{D. } \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2d(\sqrt{x})$$

204、下列等式成立的是 () .

$$2^x dx = \frac{1}{\ln 2} d(2^x)$$

205、下列等式成立的是 () .

$$\frac{1}{x} dx = d(\ln |x|)$$

206、下列等式成立的是 () .

$$\text{B. } 2^x dx = \frac{1}{\ln 2} d(2^x)$$

207、下列等式正确的是 () .

$$\text{B. } -\sin x dx = d(\cos x)$$

208、下列等式中错误的是 () .

$$\text{D. } \ln x dx = d\left(\frac{1}{x}\right)$$

209、下列等式中正确的是 ()

$$\text{A. } \sin x dx = d(-\cos x)$$

210、下列等式中正确的是 () .

$$\text{A. } \frac{1}{x^2} dx = d\left(-\frac{1}{x}\right)$$

211、下列定积分计算正确的是 () .

$$\text{B. } \int_0^1 x dx = \frac{1}{2}$$

212、下列定积分计算正确的是 ()

$$\text{C. } \int_{-1}^1 x \cos x dx = 0$$

213、下列定积分计算正确的是 () .

$$\text{A. } \int_{-1}^1 \sin x dx = 0$$

214、下列定积分计算正确的是 () .

$$\int_0^\pi \sin x dx = 2$$

215、下列定积分计算正确的是 () .

$$\int_{-\pi}^\pi \cos x dx = 0$$

216、下列定积分计算正确的是 () .

$$\int_{-2}^1 x dx = -\frac{3}{2}$$

217、下列定积分计算正确的是 () 。

$$\int_{-1}^1 \frac{e^x - e^{-x}}{2} dx = 0$$

218、下列定积分计算正确的是 () 。

$$\int_{-1}^1 x \cos x dx = 0$$

219、下列定积分计算正确的是 () 。

$$\int_{-1}^1 x^2 \sin x dx = 0$$

220、下列定积分中积分值为 0 的是 ()

A. $\int_{-1}^1 \frac{e^x - e^{-x}}{2} dx$

221、下列各函数对中, () 中的两个函数相等。

D. $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x, g(x) = 1$

222、下列各函数中,两个函数相等的是 () 。

A. $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x, g(x) = 1$

223、下列关于矩阵 A,B,C 的结论正确的是 ()

对角矩阵是对称矩阵

224、下列关于矩阵 A,B,C 的结论正确的是 ()

数量矩阵是对称矩阵

225、下列关于矩阵 A,B,C 的结论正确的是 ()

若 A 为可逆矩阵, 且 $AB=AC$, 则 $B=C$

226、下列函数在指定区间 $(-0, +0)$ 上单调增加的是 () 。

C. e^x

227、下列函数在指定区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调减少的是 () 。

3-x

228、下列函数在指定区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调减少的是 () 。

C. 1-x

229、下列函数在指定区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调增加的是 ()

D. $x-1$

230、下列函数在指定区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调增加的是 ()

A. x^n

231、下列函数在指定区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调增加的是 () 。

2^x

232、下列函数在指定区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调增加的是 () 。

A. x^3

233、下列函数在指定区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调增加的是 () 。

B. e^x

234、下列函数在指定区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调减少的是 ()

D. 3-x

235、下列函数中, () 不是基本初等函数。

C. $y = \ln(x-1)$

236、下列函数中, () 是 $x \sin x^2$ 的原函数。

B. $-\frac{1}{2} \cos x^2$

237、下列函数中, () 是 $\cos x/x$ 的一个原函数。

下列函数中, () 是 $\frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ 的一个原函数。答案: $2 \sin \sqrt{x}$

238、下列函数中, () 是 e^{2x} 的一个原函数。

下列函数中, () 是 e^{-2x} 的一个原函数。

D. $-\frac{1}{2} e^{-2x}$

239、下列函数中, () 是 $\sin 1/x/x^2$ 的一个原函数。

下列函数中, () 是 $\frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2}$ 的一个原函数。答案: $\cos \frac{1}{x}$

240、下列函数中, () 是 $x \sin x^2$ 的一个原函数。

$-\frac{1}{2} \cos x^2$

241、下列函数中, () 是偶函数。

A. $y = x^2 + 1$

242、下列函数中 ()

下列函数中 (B. $-\frac{1}{2} \cos x^2$) 是 $x \sin x^2$ 的原函数。

243、下列函数中, () 是偶函数。

A. $y = x^2$

244、下列函数中, 在指定区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调增加的是 () 。

B. $y = e^x$

245、下列函数中为偶函数的是 ()

C. $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

246、下列函数中为偶函数的是 ()

C. $y = \ln \frac{x-1}{x+1}$

247、下列函数中为奇函数是 ()

C. $x^2 \sin x$

248、下列极限计算正确的是 () 。

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x} = 1$

249、下列极限计算正确的是 () 。

$\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 1$

250、下列极限计算正确的是 () 。

C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

251、下列结论正确的是 () 。

C. 若 x_0 是 $f(x)$ 的极值点, 且 $f'(x)$ 存在, 则 x_0 必是, $f(x)$ 的驻点

252、下列结论正确的是 () 。

B. 数量矩阵是对称矩阵

253、下列结论中, () 是正确的。

B. 奇函数的图形关于坐标原点对称

254、下列结论中正确的是 () 。

答:

D. x_0 是 $f(x)$ 的极值点, 且 $f'(x_0)$ 存在, 则必有 $f'(x_0) = 0$.

255、下列矩阵可逆的是 ().

A. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

256、下列矩阵可逆的是 ().

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

257、下列矩阵可逆的是 ().

$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

258、下列无穷积分中收敛的是 ().

B. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$

259、下列无穷积分中收敛的是 ().

$\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

260、下列无穷积分中收敛的是 ().

$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$

261、线性方程组

$A_{m \times n} X = b$ 有无穷多解的充分必要条件是 ().

A. $-\frac{p}{2}$

262、线性方程组

线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$ 解的情况是 ().

答: 无解

263、线性方程组 $A_{m \times n} X = b$ 有无穷多解的充分必要条件是 ().

答: B. $r(A) = r(\bar{A}) < n$

264、线性方程组 $A_{m \times n} X = b$ 无解, 则 ().

$r(A) < r(\bar{A})$

265、线性方程组 $A_{m \times n} X = b$ 有唯一解的充分必要条件是 ().

$r(A) = r(\bar{A}) = n$

266、线性方程组 $A_{m \times n} X = b$ 有无穷多解的充分必要条件是 ().

$r(A) = r(\bar{A}) < n$

267、线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 - x_2 = 0 \end{cases}$

线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 - x_2 = 0 \end{cases}$ 解的情况是 (D. 有唯一解).

268、线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = 3 \end{cases}$

线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = 3 \end{cases}$ 解的情况是 (A. 无解).

269、线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$

线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$ 解的情况是 (D. 无解).

270、线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$ 解的情况是 ().

线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$ 解的情况是 (D. 无解).

271、线性方程组 $\begin{cases} x_1 - 2x_2 = 1 - 2x_1 + 4x_2 = -2 \end{cases}$ 的解的情况是 ().

线性方程组 $\begin{cases} x_1 - 2x_2 = 1 \\ -2x_1 + 4x_2 = -2 \end{cases}$ 的解的情况是 ().

C. 有无穷多解

272、线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = a_1 \\ x_1 - x_2 = a_2 \end{cases}$ 有解的充分必要条件是 ().

线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = a_1 \\ x_2 - x_3 = a_2 \\ x_1 - x_3 = a_3 \end{cases}$ 有解的充分必要条件是 ().

B. $a_1 + a_2 - a_3 = 0$

273、线性方程组的解的情况是 ().

线性方程组 $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 的解的情况是 ().

D. 有唯一解

274、已知 $f(x) = x/1 - \sin x$, 当 () 时, 为无穷小量.

A. $x \rightarrow 0$

275、已知 $f(x) = x/\sin x - 1$

已知 $f(x) = \frac{x}{\sin x} - 1$, 当 (A. $x \rightarrow 0$) 时, $f(x)$ 为无穷小量.

276、已知生产某种产品的成本函数为 $C(q) = 80 + 2q$, 则当产量

$q = 50$ 时, 该产品的平均成本为 ().

答案: 3.6

277、以下结论或等式正确的是 ().

C. 对角矩阵是对称矩阵

278、用第一换元法求不定积分 $\int \cos 1/x^2 dx$, 则下列步骤中正确的是 ().

用第一换元法求不定积分 $\int \frac{\cos \frac{1}{x}}{x^2} dx$, 则下列步骤中正确的是 ().

$\int \frac{\cos \frac{1}{x}}{x^2} dx = -\int \cos \frac{1}{x} d(\frac{1}{x})$

279、用第一换元法求不定积分 $\int \sin x/x dx$, 则下列步骤中正确的是 ().

用第一换元法求不定积分 $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$, 则下列步骤中正确的是 ().

$\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx = 2 \int \sin \sqrt{x} d(\sqrt{x})$

280、用第一换元法求不定积分 $\int \sin x/x dx$,则下列步骤中正确的是 () .

用第一换元法求不定积分 $\int \frac{\sin x}{\cos x} dx$,则下列步骤中正确的是 () .

$$\int \frac{\sin x}{\cos x} dx = -\int \frac{1}{\cos x} d(\cos x)$$

281、用第一换元法求定积分 $\int_1^e 1/x(1+\ln x) dx$,则下列步骤中正确的是 () .

用第一换元法求定积分 $\int_1^e \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}} dx$,则下列步骤中正确的是 () .

$$\int_1^e \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}} dx = \int_1^e \frac{1}{\sqrt{1+\ln x}} d(1+\ln x)$$

282、用第一换元法求定积分 $\int_1^e 1/x \ln x dx$,则下列步骤中正确的是 () .

用第一换元法求定积分 $\int_1^e \frac{1}{x \ln x} dx$,则下列步骤中正确的是 () .

$$\int_1^e \frac{1}{x \ln x} dx = \int_1^e \frac{1}{\ln x} d(\ln x)$$

283、用第一换元法求定积分 $\int_0^1 x/(1+x^2) dx$,则下列步骤中正确的是 () .

用第一换元法求定积分 $\int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx$,则下列步骤中正确的是 () .

$$\int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} d(x^2)$$

284、用分部积分法求不定积分 $\int \ln(x+1) dx$,则下列步骤中正确的是 () .

$$\int \ln(x+1) dx = x \ln(x+1) - \int x d(\ln(x+1))$$

285、用分部积分法求不定积分 $\int \ln x/x^2 dx$,则下列步骤中正确的是 () .

用分部积分法求不定积分 $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$,则下列步骤中正确的是 () .

$$\int \frac{\ln x}{x^2} dx = -\frac{\ln x}{x} + \int \frac{1}{x} d(\ln x)$$

286、用分部积分法求不定积分 $\int x \ln x dx$,则下列步骤中正确的是 () .

$$\int x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{2} \int x^2 d(\ln x)$$

287、用分部积分法求定积分 $\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$,则下列步骤正确的是 () .

用分部积分法求定积分 $\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$,则下列步骤正确的是 () .

$$\int_0^{\pi/2} x \cos x dx = x \sin x \Big|_0^{\pi/2} - \int_0^{\pi/2} \sin x dx$$

288、用分部积分法求定积分 $\int_0^1 x e^x dx$,则下列步骤正确的是 () .

用分部积分法求定积分 $\int_0^1 x e^x dx$,则下列步骤正确的是 () .

$$\int_0^1 x e^x dx = x e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx$$

289、用分部积分法求定积分 $\int_0^{\pi/2} x \sin x dx$,则下列步骤正确的是 () .

用分部积分法求定积分 $\int_0^{\pi/2} x \sin x dx$,则下列步骤正确的是 () .

$$\int_0^{\pi/2} x \sin x dx = -x \cos x \Big|_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x dx$$

290、在切线斜率为 $2x$ 的积分曲线族中,通过点(1,4)的曲线为 () .

$$A. y = x^2 + 3$$

291、在切线斜率为 $2x$ 的积分曲线族中,通过点(2,3)的曲线为 ()

$$答: D. y = x^2 - 1$$

292、在切线斜率为 $2x$ 的积分曲线族中,通过点(3,5)点的曲线方程是 () .

$$A. y = x^2 - 4$$

填空(136)

1、 $d/dx \int \ln x dx =$ ()

$$\frac{d}{dx} \int_1^e \ln x dx = \quad \quad \quad \text{答案: } 0$$

2、 $ddx [\cos x] =$ ()

$$7. \frac{d}{dx} \int \cos x dx = \quad \quad \quad \text{7. } \cos x$$

3、 $ddx [\ln(1+x^2)] dx =$ ()

$$\frac{d}{dx} \int_1^e \ln(1+x^2) dx = \quad \quad \quad$$

答案: 0

4、 $d[\cos 2x] dx =$ ()

$$d \int \cos 2x dx = \quad \quad \quad$$

答案: $\cos 2x dx$

5、 $d[e^{-x^2}] dx =$ ()

$$d \int e^{-x^2} dx = \quad \quad \quad \text{答案: } e^{-x^2} dx$$

6、 $f(x)=2-x$,在(1,1)点的切线斜率是 () .

$$f(x)=\sqrt{2-x}, \text{在}(1,1) \text{点的切线斜率是} \quad \quad \quad \text{答案: } -\frac{1}{2}$$

7、 $f(x)=x+2$ 在处的切线斜率是 () .

$$f(x)=\sqrt{x+2} \text{在} x=2 \text{处的切线斜率是} \quad \quad \quad \text{答案: } \frac{1}{4}$$

8、 $\lim_{n \rightarrow \infty} ((x^2-2x)/(3x^2+4)) =$ ()

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2-2x}{3x^2+4} \right) = \quad \quad \quad \frac{1}{3}$$

9、 $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^2-3x+53x^2+2x+4) =$ ()

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-3x+5}{3x^2+2x+4} = \frac{2}{3}$$

10、 $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x^2-2x+72x^2+4x+5) =$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2-2x+7}{2x^2+4x+5} = \quad \quad \quad \frac{3}{2}$$

11、 $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 3xx =$ ()

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} = \underline{\quad 3 \quad}$$

12、 $\lim_{x \rightarrow 0} x + \sin x = (\quad)$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin x}{x} = \underline{\quad 2 \quad}$$

答案: 1

13、 $\lim_{x \rightarrow 0} x - \sin x = (\quad)$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x} = \underline{\quad 0 \quad}$$

14、 $\ln x$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $f(x) =$

$$\frac{1}{x}$$

答案:

15、 n 元齐次线性方程组 $AX=O$ 有非零解的充分必要条件是 $(\quad)$ 。

$$r(A) < n$$

16、 $y = \sqrt{x-4x-2}$ 的定义域是 $(\quad)$ 。

$$y = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x-2} \text{ 的定义域是 } \underline{\quad (-\infty, -2] \cup (2, +\infty) \quad}$$

答案: $(-\infty, -2] \cup (2, +\infty)$

17、 $\int (\sin x)' dx = (\quad)$ 。

答: $\sin x + c$

18、 $\int (\tan x)' dx = (\quad)$ 。

$$\int (\tan x)' dx = \underline{\quad \tan x + c \quad}$$

19、 $\int (x \cos x + 1) dx = (\quad)$ 。

$$\int_{-1}^1 (x \cos x + 1) dx = \underline{\quad 2 \quad}$$

20、 $\int e^{-x} dx = (\quad)$

$$\int_{-1}^1 \frac{e^x - e^{-x}}{2} dx = \underline{\quad 0 \quad}$$

21、 $\int (\sin x)' dx = (\quad)$ 。

$$\sin x + c$$

22、当 $a = (\quad)$ 时, 矩阵 $A = [13]$ 可逆。

当 $a = (\neq -3)$ 时, 矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & a \end{bmatrix}$ 可逆。

23、函数 $f(x) = 1 + 4 - x$ 的定义域是 $(\quad)$ 。

$$(-2, -1) \cup (-1, 4]$$

24、函数 $f(x) = 1/(1 - e^x)$ 的间断点是 $(\quad)$ 。

答: $x = 0$

25、函数 $f(x) = 1/\ln(x+3) + \sqrt{9-x^2}$ 的定义域是 $(\quad)$ 。

$$\text{函数 } f(x) = \frac{1}{\ln(x+3)} + \sqrt{9-x^2} \text{ 的定义域是 } (-3, -2) \cup (-2, 3]$$

26、函数 $f(x) = 11 - e$ 的间断点是 $(\quad)$ 。

函数 $f(x) = \frac{1}{1 - e^x}$ 的间断点是 $\underline{\quad x = 0 \quad}$

27、函数 $f(x) = 1/\ln(x+2) + 4 - x$ 的定义域是 $(\quad)$ 。

$$\text{函数 } f(x) = \frac{1}{\ln(x+2)} + \sqrt{4-x} \text{ 的定义域是 } \underline{\quad (-2, -1) \cup (-1, 4] \quad}$$

答案: $(-2, -1) \cup (-1, 4]$

28、函数 $f(x) = e^{-x} - e^x$ 的图形关于 $(\quad)$ 对称。

函数 $f(x) = \frac{e^{-x} - e^x}{2}$ 的图形关于 $\underline{\quad \text{原点} \quad}$ 对称。

答案: 原点

29、函数 $f(x) = \ln(x+1) - 13 - x$ 的定义域是 $(\quad)$ 。

函数 $f(x) = \ln(x+1) - \frac{1}{\sqrt{3-x}}$ 的定义域是 $\underline{\quad (-1, 3) \quad}$

答案: $(-1, 3)$

30、函数 $f(x) = x^2 - 4$

函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}$ 的定义域是 $\underline{\quad (-\infty, -2] \cup (2, +\infty) \quad}$

31、函数 $f(x) = \{x+2, -5 \leq x < 0\}$ 的定义域是 $(\quad)$ 。

函数 $f(x) = \begin{cases} x+2, & -5 \leq x < 0 \\ x^2-1, & 0 \leq x < 2 \end{cases}$ 的定义域是 $\underline{\quad [-5, 2) \quad}$

32、函数 $f(x) = x^2 - 4x - 2$ 的定义域是 $(\quad)$

$$\frac{\sqrt{x^2-4}}{x-2} \text{ 定义域是 } \underline{\quad (-\infty, -2] \cup (2, +\infty) \quad}$$

33、函数 $y = 1 - x \ln(1+x)$ 的定义域是 $(\quad)$

函数 $y = \frac{\sqrt{1-x}}{\ln(1+x)}$ 的定义域是 $\underline{\quad (-1, 0) \cup (0, 1] \quad}$

34、函数 $y = 3(x-1)^2$ 的驻点是 $x = (\quad)$

答: 1

35、函数 $y = 3(x-2)^2$ 的驻点是 $(\quad)$ 。

函数 $y = 3(x-2)^2$ 的驻点是 $\underline{\quad x = 2 \quad}$

36、函数 $y = x^2 - 1$ 的单调增加区间为 $(\quad)$ 。

函数 $y = x^2 - 1$ 的单调增加区间为 $\underline{\quad (0, +\infty) \quad}$

答案: $(0, +\infty)$

37、函数 $y = x^2 - 4x - 2$ 的定义域是 $(\quad)$

函数 $y = \frac{\sqrt{4-x}}{\lg(x-1)}$ 的定义域是 $\underline{\quad (1, 2) \cup (2, 4] \quad}$

答: $(1, 2) \cup (2, 4]$

38、函数 $y = \sqrt{9-x^2}/\ln(x-1)$ 的定义域是 $(\quad)$ 。

函数 $y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{\ln(x-1)}$ 的定义域是 $\underline{\quad (1, 2) \cup (2, 3] \quad}$

39、计算积分 $\int (x \cos x + 1) dx = (\quad)$ 。

计算积分 $\int_{-1}^1 (x \cos x + 1) dx = \underline{\quad 2 \quad}$ 。

40、矩阵 $A = [02-1]$ 的秩是 $(\quad)$ 。

矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 的秩是_____。
答案: 2

41、矩阵 $A = [1, 0, -2]$ 的秩是 ()。

矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ 的秩是_____。
答案: 2

42、矩阵 $A = [1, -11]$ 的秩是 ()。

矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$ 的秩是_____。

答: 2

43、矩阵 $A = [10, -1]$ 的秩是 ()。

矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 的秩是_____。
答案: 2

44、矩阵 $[1, 1, 1]$ 的秩为 ()。

矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ 的秩为_____。
答案: 1

45、齐次线性方程组 $AX = 0$ 的系数矩阵经初等行变换化为 $A \rightarrow$

$A \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 则此方程组的一般解中自由未知量的个数为 (2)。

46、曲线 $f(x) = x$ 在 (1,1) 处的切线斜率是 ()

曲线 $f(x) = \sqrt{x}$ 在点 (1,1) 处的切线斜率是 $-\frac{1}{2}$ 。

47、曲线 $y = e^x$ 在点 (0,1) 的切线方程是 ()。

曲线 $y = e^x$ 在点 (0,1) 的切线方程是 ()。

答: $y = x + 1$

48、曲线 $y = \ln x$ 在点 (1,0) 的切线方程是 ()

$y = x - 1$

49、曲线 $y = x^3$ 在点 (1,1) 处的切线方程是 ()

曲线 $y = x^3$ 在点 (1, 1) 处的切线方程是 ()。答案:

$y = 3x - 2$

50、曲线 $y = x$ 在 (1,1) 处的切线斜率是 ()。

曲线 $y = \sqrt{x}$ 在 (1,1) 处的切线斜率是 $\frac{1}{2}$ 答案: $\frac{1}{2}$

51、曲线 $y = \sqrt{x} + 1$ 在点 (1,2) 的切线方程是 ()。

曲线 $y = \sqrt{x} + 1$ 在点 (1, 2) 的切线方程是_____。

$y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

52、线性方程组 $A_{m \times n} X = b$ 有解的充分必要条件是 ()

答案: $r(A) = r(\overline{A})$

53、若 $\int f(x) dx = 2x + 2x + c$,

若 $\int f(x) dx = 2^x + 2x^2 + c$, 则 $f(x) = (2^x \ln 2 + 4x)$ 。

54、若 $\int f(x) dx = F(x) + C$, $\int [e^{-x} f(e^{-x})] dx =$ ()

若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx = -F(e^{-x}) + c$

55、若 $\int f(x) dx = F(x) + C$, 则 $\int f(2x-3) dx =$ ()

若 $\int f(x) dx = F(x) + C$, 则 $\int f(2x-3) dx = (\frac{1}{2} F(2x-3) + C)$

56、若 A 为 n 阶可逆矩阵, 则

则 $r(A) = n$ 。

57、若 $\cos x$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $f(x) =$ ()。

若 $\cos x$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $f(x) = -\sin x$ 。

答案: $-\sin x$

58、若 $f(1/x) = 0$, 则 $f(x) =$ ()。

若 $f(\frac{1}{x}) = x$, 则 $f'(x) =$ ()。答案: $-\frac{1}{x^2}$

59、若 $f(x) dx = F(x) + c$

, 则 $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx =$ _____

答案: $-F(e^{-x}) + c$

60、若 $f(x)$ 存在且连续, 则 $[df(x)]$

若 $f'(x)$ 存在且连续, 则 $[df(x)]' = f'(x)$ 。

61、若 n 元线性方程组 $AX = 0$ 满足 $r(A) < n$, 则该线性方程组 ()。
有非零解

62、若 $r(A, b) = 4, r(A) = 3$, 则线性方程组 $AX = b$ ()。

若 $r(A, b) = 4, r(A) = 3$, 则线性方程组 $AX = b$ _____。

答案: 无解

63、若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int f(e^x) dx =$ ()。

若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx =$ _____

答案: $-F(e^{-x}) + c$

64、若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int f(3x+5) dx =$ ()。

若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int f(3x+5) dx =$ _____

答案: $\frac{1}{3} F(3x+5) + c$

65、若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int [x - xf(e^{-x})] dx =$ ()。

若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx =$ _____。

$$-F(e^{-x})+c$$

66、若 $\int f(x)dx=2^x+2x+c$,则 $f(x)=()$ 。

答: $2^x \ln 2 + 2$

67、若 $\int f(x)dx=3-x+c$,则 $f(x)=()$ 。

若 $\int f(x)dx = 3^{-x} + c$, 则 $f(x) = ()$ 。答案: $-3^{-x} \ln 3$

68、若 $\int f(x)dx=3x+\sin x+c$,则 $f(x)=()$ 。

若 $\int f(x)dx = 3^x + \sin x + c$, 则 $f(x) =$ 。 $3^x \ln 3 + \cos x$

69、若 $\int f(x)dx=F(x)+c$,则 $\int f(2x+1)dx=()$ 。

答: $\frac{1}{2}F(2x+1)+c$

70、若 $\int f(x)dx=F(x)+c$,则 $\int f(2x-1)dx=()$ 。

若 $\int f(x)dx = F(x) + c$, 则 $\int f(2x-1)dx =$

$$\frac{1}{2}F(2x-1)+c$$

71、若 $\int f(x)dx=F(x)+C$,则 $\int e^{-x}f(e^{-x})dx=()$

若 $\int f(x)dx = F(x) + C$, 则 $\int e^{-x}f(e^{-x})dx = (-F(e^{-x})+C)$ 。

72、若 $\int f(x)dx=F(x)+c$,则 $\int f(2x-1)dx=()$

若 $\int f(x)dx = F(x) + c$, 则 $\int f(2x-1)dx =$

$$\frac{1}{2}F(2x-1)+c$$

73、若 $\int f(x)dx=F(x)+c$,则 $\int f(2x-3)dx=()$

若 $\int f(x)dx = F(x) + c$, 则 $\int f(2x-3)dx =$

答案: $\frac{1}{2}F(2x-3)+c$

74、若 $\int f(x)dx=F(x)+c$,则 $\int f(3x+5)dx=()$

若 $\int f(x)dx = F(x) + c$, 则 $\int f(3x+5)dx =$

答案: $\frac{1}{3}F(3x+5)+c$

75、若 $\int f(x)dx=F(x)+c$,则 $\int f(1-x)dx=()$

$-F(1-x)+c$

76、若 $\int f(x)dx=F(x)+cf$,则 $\int e^{-x}f(e^{-x})dx=()$ 。

若 $\int f(x)dx = F(x) + cf$, 则 $\int e^{-x}f(e^{-x})dx =$

答案: $-F(e^{-x})+c$

77、若 $\int f(x)dx=x^2+2x+c$,则 $f(x)=()$ 。

若 $\int f(x)dx = x^2 + 2x + c$, 则 $f(x) =$

$$2^x \ln 2 + 2$$

78、若 $\int f(x)dx=1+c$,则 $f(x)=()$

8. 若 $\int f(x)dx = \frac{1}{1+x} + c$, 则 $f(x) =$

$$8. -\frac{1}{(1+x)^2}$$

79、若 $\int f(x)dx=3x+c$, 则 $f(x)=()$

若 $\int f(x)dx = 3^x + c$ 则 $f(x) = ()$

答: $3^x \ln 3$

80、若方阵A满足(),则A是对称矩阵.

答案: $A = A^T$

81、若方阵A满足(),则A是对称矩阵.

若方阵A满足_____,则A是对称矩阵.

答案: $A^T = A$

82、若函数 $f(x)=\{(1+x),x<0$,在 $x=0$ 处连续,则 $k=()$ 。

$f(x) = \begin{cases} (1+x)^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \\ x^2 + k, & x \geq 0 \end{cases}$, 在 $x=0$ 处连续, 则 $k =$ 。

83、若函数 $f(x)=\{x \sin 1/x+2,x \neq 0$,在 $x=0$ 处连续,则 $k=()$ 。

若函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} + 2, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k =$

答案: 2

84、若函数 $f(x+1)=x^2+2x-5$,则 $f(x)=()$ 。

若函数 $f(x+1)=x^2+2x-5$, 则 $f(x) =$

答案: x^2-6

85、若线性方程组 $x_1-x_2=0$ 有非零解,则 $\lambda=()$ 。

若线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$ 有非零解, 则 $\lambda =$

-1

86、设A,B均为n阶矩阵,(I-B)可逆,则矩阵方程 $A+BX=X$ 的解 $X=()$

$(I-B)^{-1}A$

87、设A,B均为n阶矩阵,且A可逆,则矩阵方程 $XA=B$ 的解 $X=()$

答: BA^{-1}

88、设 $A=[1-2]$, 则 $(3A)^T=()$

设 $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, 则 $(3A)^T =$ () 解: $\begin{bmatrix} 3 & 9 \\ -6 & 12 \end{bmatrix}$

89、设 $A=[102]$,当 $a=()$ 时,A是对称矩阵.

设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ a & 0 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$, 当 $a =$ _____ 时, A 是对称矩阵.

答案: 0

90、设 $A=[111]$, 则 $r(A)=$ ()。

设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$, 则 $r(A) =$ 1。

91、设 $A=[13]$, 则 $I-2A=$ ()。

设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$, 则 $I-2A =$ _____

答案: $\begin{bmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

92、设 $A=[13]$, I 为单位矩阵, 则 $(I-A)^T=$ ()。

设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$, I 为单位矩阵, 则 $(I-A)^T =$ _____

$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & -3 \end{bmatrix}$

答:

93、设 A 是 n 阶可逆矩阵, k 是不为 0 的常数, 则 $=$ 。

设 A 是 n 阶可逆矩阵, k 是不为 0 的常数, 则 $(kA)^{-1} =$ _____

答案: $\frac{1}{k}A^{-1}$

94、设 A 为 3×4 矩阵, B 为 5×2 矩阵, 且乘积矩阵 $ACBT$ 有意义, 则 C 为 () 矩阵

4x2

95、设 A 为 3×5 矩阵, B 为 2×4 矩阵, 且乘积矩阵 $ATCB$ 有意义, 则 C 为 () 矩阵.

设 A 为 3×5 矩阵, B 为 2×4 矩阵, 且乘积矩阵 $A^T C B$ 有意义, 则 C 为

答: 3×2

96、设 A 为 n 阶可逆矩阵, 则。

设 A 为 n 阶可逆矩阵, 则 $r(A) =$ _____。

答案: n

97、设 $f(x)=1/x$, 则 $f[f(x)]=$ ()。

答: x

98、设 $f(x)=1x$, 则 $f(f(x))=$ ()。

设, $f(x) = \frac{1}{x}$, 则 $f(f(x)) =$ _____ 答案: x

99、设 $f(x)=\{\sin x, x \neq 0$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k=$ ()。

6. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k =$ _____

1

100、设 $f(x)=\{x^2+1, x \neq 0$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k=$ ()。

设 $f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k =$ _____ 答: 1

101、设 $f(x)=\{x^2-1, x \neq 0$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k=$ ()。

设 $f(x) = \begin{cases} x^2-1, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k =$ _____

-1

102、设 $f(x)=\{x^2+2, x \neq 0$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k=$ ()。

设 $f(x) = \begin{cases} x^2+2, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k =$ (2)。

103、设 $f(x)=\{x^2-1, x \neq 0$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k=$ ()。

设 $f(x) = \begin{cases} x^2-1, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k =$ -1

104、设 $f(x-1)=x^2-2x+5$, 则 $f(x)=$ ()。

设 $f(x-1) = x^2 - 2x + 5$, 则 $f(x) =$ _____。

答案: $x^2 + 4$

105、设 $f(x)=1/x$, 则 $f(f(x))=$ ()

答: x

106、设函数 $f(x)=\{x^2+1, x \neq 0$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k=$ ()。

设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k =$ 答案:

1

107、设矩阵 $A=[1-2]$, I 为单位矩阵, 则 $(I-A)=$ ()。

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$, I 为单位矩阵, 则 $(I-A)^T =$ _____。

答案: $\begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

108、设矩阵 $A=[1]$, $B=[3-1]$, 则 $AB=$ ()。

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $B = [3 \quad -1]$, 则 $AB =$ _____。

答案: $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$

109、设矩阵, 则 $A=[0-1]$, 则 A^{-1} ()。

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, 则 A^{-1} ()。 答案: $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

110、设矩阵可逆, B 是 A 的逆矩阵

则当 $(A^T)^{-1} =$ B^T 。

111、设某商品的需求函数为 $q(p)=10e$, 则需求弹性 $EP=$ ()。

设某商品的需求函数为 $q(p) = 10e^{-\frac{p}{2}}$, 则需求弹性 $E_p =$ _____

答案: $-\frac{p}{2}$

112、设某商品的需求函数为 $q(p) = 20/3 - 2/3p$, 其中 p 为价格, 则需求弹性 $E_p =$ () .

答案: $\frac{p}{p-10}$

113、设某商品的需求函数为 $q(p) = 5e^{-(p/3)}$, 则需求弹性 $E_p =$ _____

设某商品的需求函数为 $q(p) = 5e^{-\frac{p}{3}}$, 则需求弹性 $E_p =$ _____

答案: $-\frac{p}{3}$

114、设齐次线性方程组 $A_{2 \times 3} X = 0$ 满, 且 $r(A) = 2$, 则方程组一般解中自由未知量的个数为 _____。

115、设齐次线性方程组 $A_{2 \times 3} X_{3 \times 1} = 0$ 的系数矩阵 A 的秩为 2, 则方程组的一般解中自由未知量的个数为 () 。

116、设齐次线性方程组 $A_{3 \times 3} X_{3 \times 1} = 0$ 的系数矩阵 A 的秩为 1, 则方程组的一般解中自由未知量的个数为 ()

117、设线性方程 $\{x_1 + x_2 = 0$

答案: 1

118、设线性方程组 $AX=b$, 且 $A \rightarrow [1116]$, 则 $t =$ () 时, 方程组有唯一解。

2

119、设线性方程组 $\{x_1 + 2x_2 = 0; -x_1 + \lambda x_2 = 0$ 有非零解, 则 $\lambda =$ () 。

120、设线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0 \\ -x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$ 有非零解, 则 $\lambda =$ _____

答案: -1

121、设线性方程组 $\{x_1 - x_2 = 0; 3x_1 + \lambda x_2 = 0$ 有非零解, 则 $\lambda =$ _____。

122、微分方程 $(y'')^3 + 4xy^{(4)} = y^7 \sin x$ 的阶数为 _____。

答案: $\neq -1$

123、微分方程 $(y'')^3 - x^4 y' + 2y = \cos x$ 的阶数是 () 。

124、线性方程组 $Am \times n X = b$ 有唯一解的充分必要条件是 () 。

答案: -2

125、线性方程组 $Am \times n X = b$ 有无穷多解的充分必要条件是 () 。

126、线性方程组 $AX=b$ 的增广矩阵

答案: -3

127、线性方程组 $AX=b$ 有解的充分必要条件是 () 。

128、线性方程组的一般解中自由未知生产某种产品的成本函数为 $C(q) = 80 + 2q$, 则当产量 $q = 50$ 时, 该产品的平均成本未知量的个数为 () 。

答案: -1

129、已知 $f(x) = 1 - \sin x$, 当 $x \rightarrow$ () 时, 为无穷小量。

130、已知 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$, 若 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续, 则 $k =$ () 。

131、已知 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x \neq 1 \\ a, & x = 1 \end{cases}$, 若 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处连续, 则 $a =$ _____。

答案: 2

132、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 且该方程组有非零解, 则 $r(A) \leq$ ()

133、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

134、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

135、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

答案: 3

136、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

答案: 3

137、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

138、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

139、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

140、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

141、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

142、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

143、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

144、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

145、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

146、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

147、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

148、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

149、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

150、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

151、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

152、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

153、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

154、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

155、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

156、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

157、已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$ () 。

134、已知曲线 $y=f(x)$ 在任一点 x 处的切线的斜率为 $\sqrt{x}$ ，且曲线过点 $(4, 5)$ ，则该曲线的方程是 ()。

$$y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}$$

135、已知生产某种产品的成本函数为 $C(q)=80+2q$ ，则当产量 $q=50$ 时，该产品的平均成本为 ()。

3.6

136、已知需求函数 $q=203-23p$ ，其中 p 为价格，则需求弹性 $E_p = ()$ 。

已知需求函数 $q = \frac{20}{3} - \frac{2}{3}p$ ，其中 p 为价格，则需求弹性 $E_p = -\frac{p}{p-10}$ 。

微积分计算(56)

- 1、计算 $\int x \cos x dx$ 。
- 2、计算不定积分 $\int x^2 + x^2 dx$ ，求 dy 。
- 3、计算不定积分 $\int x \sin^2 x dx$ 。
- 4、计算不定积分 $\int (2x+1)10 dx$ 。
- 5、计算不定积分 $\int \ln x$ 。
- 6、计算不定积分 $\int \ln x^2 dx$ 。
- 7、计算不定积分 $\int \sin 1 x^2 dx$ 。
- 8、计算不定积分 $\int x/\cos x$ 。
- 9、计算不定积分 $\int x \cos x dx$ 。
- 10、计算不定积分 $\int x \ln x dx$ 。
- 11、计算不定积分 $\int x \sin x/2 dx$ 。
- 12、计算不定积分 $\int x \sqrt{(2+x^2)} dx$ 。
- 13、计算定积分 $\int_1^x \sqrt{1+\ln x} dx$ 。
- 14、计算定积分 $\int_1^2 x^2 dx$ 。
- 15、计算定积分 $\int e/x dx$ 。
- 16、计算定积分 $\int e^x(1+e^x) dx$ 。
- 17、计算定积分 $\int e^x dx$ 。
- 18、计算定积分 $\int e^{\sqrt{x}} dx$ 。
- 19、计算定积分 $\int x \cos 2x dx$ 。
- 20、计算定积分 $\int x e^{-2x} dx$ 。
- 21、计算定积分 $\int x e^x dx$ 。
- 22、计算定积分 $\int x \ln x dx$ 。
- 23、计算定积分 $\int x \sin x dx$ 。
- 24、计算积分 $\int x \cos 2x dx$ 。
- 25、计算极限 $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 - 5x + 6x - 6x + 8$ 。
- 26、计算极限 $\lim_{x \rightarrow 2} x - 12$ 。
- 27、计算极限 $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 - 3x + 2/x^2 - 1$ 。
- 28、设 $y=1n(1+\sin x)$ ，求 y' 。
- 29、设 $y=2^* \cdot \sin 5x$ ，求 y' 。
- 30、设 $y=2x - \cos x^2$ ，求 dy 。
- 31、设 $y=3x + \cos 5x$ ，求 dy 。
- 32、设 $y=\cos 2x + 1/x$ ，求 y' 。
- 33、设 $y=\cos 2x + \ln x$ ，求 y 。
- 34、设 $y=\cos x + \ln 2x$ ，求 dy 。
- 35、设 $y=\cos x + \ln 3x$ ，求 y 。

- 36、设 $y=\cos x + \ln 3x$ ，求 y 。
- 37、设 $y=e + \cos 2x$ ，求 y' 。
- 38、设 $y=e + x\sqrt{x}$ ，求 dy 。
- 39、设 $y=e - 5x - \tan x$ ，求 dy 。
- 40、设 $y=e - x^2 + \cos 2x$ ，求 y' 。
- 41、设 $y=e - x \cos x$ ，求 y' 。
- 42、设 $y=e^{1/x} + 5x$ 。
- 43、设 $y=e^2 + x$ ，求 y' 。
- 44、设 $y=e^x + \ln \cos x$ ，求 dy 。
- 45、设 $y=\ln(1+x) + \sin 2x$ ，求 y' 。
- 46、设 $y=\ln(1+\sin x)$ ，求 y' 。
- 47、设 $y=\ln 3x - \cos 5x$ ，求 dy 。
- 48、设 $y=\ln \cos x - 1/x$ ，求 y' 。
- 49、设 $y=\ln x^2 + e - 3x$ ，求 dy 。
- 50、设 $y=\sin 2x + x\sqrt{x}$ ，求 y' 。
- 51、设 $y=\sin 3x + \log_5 \sqrt{x}$ ，求 dy 。
- 52、设 $y=\sin \sqrt{x} + x - 1x$ ，求 y 。
- 53、设 $y=x^5 + e$ ，求 y 。
- 54、设 $y=x\sqrt{x} + e$ ，求 y 。
- 55、已知 $x+y - xy + 3x=1$ ，求 dy 。
- 56、已知 $y=2x - \cos x$ ，求 dy 。

1、计算 $\int x \cos x dx$ 。

计算 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$ 。

12. 解：由分部积分法得

答案： $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1$

2、计算不定积分 $\int x^2 + x^2 dx$ ，求 dy 。

计算不定积分 $\int x \sqrt{2+x^2} dx$ 。

解：原式 $= \int \sqrt{2+x^2} d(\frac{1}{2}x^2) = \frac{1}{2} \int \sqrt{2+x^2} d(2+x^2) = \frac{1}{3} (2+x^2)^{\frac{3}{2}} + c$

3、计算不定积分 $\int x \sin^2 x dx$ 。

计算不定积分 $\int x \sin \frac{x}{2} dx$ 。

解 原式 $= 2 \int x d(-\cos \frac{x}{2}) = -2x \cos \frac{x}{2} + 2 \int \cos \frac{x}{2} dx = -2x \cos \frac{x}{2} + 4 \sin \frac{x}{2} + c$

4、计算不定积分 $\int (2x+1)10 dx$ 。

计算不定积分 $\int (2x+1)^{10} dx$.

3. 解: 由换元积分法得

$$\int (2x+1)^{10} dx = \frac{1}{2} \int (2x+1)^{10} d(2x+1) = \frac{1}{22} (2x+1)^{11} + c$$

5. 计算不定积分 $\int \ln x$

计算不定积分 $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$.

12. 解: 由分部积分法得

$$\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} \ln x - 2 \int \frac{\sqrt{x}}{x} dx = 2\sqrt{x} \ln x - 4\sqrt{x} + c$$

6. 计算不定积分 $\int \ln x x^2 dx$.

计算不定积分 $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$.

解: 由分部积分法得

$$\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \ln x \Big|_1^e + \int_1^e \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{e} - \frac{1}{x} \Big|_1^e = 1 - \frac{2}{e}$$

7. 计算不定积分 $\int \sin 1x x^2 dx$.

计算不定积分 $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx$.

$$\text{解: } \int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx = -\int \sin \frac{1}{x} d\left(\frac{1}{x}\right) = \cos \frac{1}{x} + c$$

8. 计算不定积分 $\int x/\cos^2 x$

计算不定积分 $\int \frac{x}{\cos^2 x} dx$.

$$\text{解: } \int \frac{x}{\cos^2 x} dx = \int x \tan x = x \tan x - \int \tan x dx$$

9. 计算不定积分 $\int x \cos x dx$.

计算 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$.

12. 解: 由分部积分法得

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1$$

10. 计算不定积分 $\int x \ln x dx$.

计算不定积分 $\int_1^e x \ln x dx$.

解: 由分部积分法得

$$\begin{aligned} \int_1^e x \ln x dx &= \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x^2 d(\ln x) \\ &= \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

11. 计算不定积分 $\int x \sin x/2 dx$.

计算不定积分 $\int x \sin \frac{x}{2} dx$.

$$\begin{aligned} \text{解: } \int x \sin \frac{x}{2} dx &= -2 \int x d\cos \frac{x}{2} = -2x \cos \frac{x}{2} + 2 \int \cos \frac{x}{2} dx \\ &= -2x \cos \frac{x}{2} + 4 \sin \frac{x}{2} + c \end{aligned}$$

12. 计算不定积分 $\int x \sqrt{2+x^2} dx$.

计算不定积分 $\int x \sqrt{2+x^2} dx$.

$$\text{解: } \int x \sqrt{2+x^2} dx = \frac{1}{2} \int \sqrt{2+x^2} (2+x^2) = \frac{1}{3} (2+x^2) \sqrt{2+x^2} + c$$

13. 计算定积分 $\int_1^e x \sqrt{1+\ln x} dx$.

计算定积分 $\int_1^e \frac{1}{x \sqrt{1+\ln x}} dx$.

$$\begin{aligned} \text{解: } \int_1^e \frac{1}{x \sqrt{1+\ln x}} dx &= \int_1^e \frac{1}{\sqrt{1+\ln x}} d(1+\ln x) = 2 \sqrt{1+\ln x} \Big|_1^e \\ &= 2(\sqrt{3}-1) \end{aligned}$$

14. 计算定积分 $\int_1^2 x^2 dx$

12. 计算定积分 $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$.

$$12. \text{ 解: } \int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx = - \int_1^2 e^{\frac{1}{x}} d \frac{1}{x} = - e^{\frac{1}{x}} \Big|_1^2 = e - \sqrt{e}$$

15. 计算定积分 $\int_1^2 e^{\frac{1}{x}} dx$.

计算定积分 $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$.

$$\text{解: } \int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx = - \int_1^2 e^{\frac{1}{x}} d \frac{1}{x} = - e^{\frac{1}{x}} \Big|_1^2 = e - \sqrt{e}$$

16. 计算定积分 $\int_0^{\ln 3} ex(1+ex)dx$.

计算定积分 $\int_0^{\ln 3} e^x(1+e^x)^2 dx$.

$$\begin{aligned} \text{解: } \int_0^{\ln 3} e^x (1+e^x)^2 dx &= \int_0^{\ln 3} (1+e^x)^2 d(1+e^x) \\ &= \frac{1}{3} (1+e^x)^3 \Big|_0^{\ln 3} = \frac{56}{3} \end{aligned}$$

17. 计算定积分 $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$.

计算定积分 $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$.

$$\text{解 原式} = \int_1^2 e^{\frac{1}{x}} d \left(-\frac{1}{x} \right) = -e^{\frac{1}{x}} \Big|_1^2 = -e^{\frac{1}{2}} + e$$

18. 计算定积分 $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$.

计算定积分 $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$.

$$\text{解: } \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = \int_1^4 2e^{\sqrt{x}} d\sqrt{x} = 2e^{\sqrt{x}} \Big|_1^4 = 2e^2 - 2e$$

19. 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x dx$.

计算不定积分 $\int x \sqrt{2+x^2} dx$.

解: 由分部积分法得

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x d \left(\frac{1}{2} \sin 2x \right)$$

$$= \frac{1}{2} x \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} \sin 2x dx$$

$$= 0 + \frac{1}{4} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2}$$

20. 计算定积分 $\int_0^1 xe^{-2x} dx$.

计算定积分 $\int_0^1 xe^{-2x} dx$.

12. 解: 由定积分的分部积分法得

$$\begin{aligned} \int_0^1 xe^{-2x} dx &= -\frac{1}{2} \int_0^1 x d(e^{-2x}) = -\frac{1}{2} xe^{-2x} \Big|_0^1 + \frac{1}{2} \int_0^1 e^{-2x} dx \\ &= -\frac{1}{2} e^{-2} - \frac{1}{4} e^{-2x} \Big|_0^1 = -\frac{3}{4} e^{-2} + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

21. 计算定积分 $\int_0^1 x e^x dx$.

计算定积分 $\int_0^1 x e^x dx$.

$$\text{解: } \int_0^1 x e^x dx = \int_0^1 x d e^x = x e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - e^x \Big|_0^1 = 1$$

22. 计算定积分 $\int_1^e x \ln x dx$.

计算定积分 $\int_1^e x \ln x dx$.

解: $\int_1^e x \ln x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4} x^2 \Big|_1^e = \frac{1}{4} (e^2 + 1)$

23、计算定积分 $\int x \sin x dx$.

计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$.

12. 解: 由定积分的分部积分法得

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} x d(-\cos x) = -x \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx \\ &= 0 + \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 \end{aligned}$$

24、计算积分 $\int x \cos 2x dx$.

计算积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x dx$.

$$\begin{aligned} \text{解: } \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x dx &= \frac{1}{2} x \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx \\ &= \frac{1}{4} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

25、计算极限 $\lim_{x \rightarrow 2} 2 - 5x + 6x^2 - 8$.

计算极限 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 8}$.

$$\text{解: } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 8} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{x-4} = \frac{1}{2}$$

26、计算极限 $\lim_{x \rightarrow 4} 2 - x - 12$.

计算极限 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 5x + 4}$.

$$\text{解: } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 5x + 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x+3)}{(x-4)(x-1)} = \frac{7}{3}$$

27、计算极限 $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 - 3x + 2/x^2 - 1$.

计算极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$.

$$\begin{aligned} \text{解: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x+1} \\ &= \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

28、设 $y = \ln(1 + \sin x)$, 求 y'

$$\text{解: } y' = (\ln(1 + \sin x))' = \frac{(1 + \sin x)'}{1 + \sin x} = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$$

29、设 $y = 2^x - \sin 5x$, 求 y'

11. 设 $y = 2^x - \sin 5x$, 求 y' .

$$11. \text{ 解: } y' = (2^x)' - (\sin 5x)' = 2^x \ln 2 - \cos 5x \cdot (5x)' = 2^x \ln 2 - 5 \cos 5x$$

30、设 $y = 2^x - \cos x^2$, 求 dy .

设 $y = 2^x - \cos x^2$, 求 dy .

$$\text{解: } y' = 2^x \ln 2 + 2x \sin x^2$$

答案: $dy = (2^x \ln 2 + 2x \sin x^2) dx$

31、设 $y = 3^x + \cos 5x$, 求 dy .

设 $y = 3^x + \cos 5x$, 求 dy .

11. 解:由微分四则运算法则和微分基本公式得

$$dy = d(3^x + \cos^5 x) = d(3^x) + d(\cos^5 x)$$

$$= 3^x \ln 3 dx + 5 \cos^4 x d(\cos x)$$

$$= 3^x \ln 3 dx - 5 \sin x \cos^4 x dx$$

$$= -(3^x \ln 3 - 5 \sin x \cos^4 x) dx$$

32、设 $y = \cos 2x + 1/x$, 求 y' .

$$\text{设 } y = \cos 2x + \frac{1}{x}, \text{ 求 } y'.$$

$$\text{解: } y' = (\cos 2x)' + (x^{-1})' = -\sin 2x \cdot (2x)' - x^{-2} = -2 \sin 2x - \frac{1}{x^2} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

33、设 $y = \cos 2x + \ln x$, 求 y' .

$$y = \cos 2x + \ln x, \text{ 求 } y'.$$

解: 由导数四则运算法则和导数基本公式得

$$y' = (\cos 2x + \ln x)' = (\cos 2x)' + (\ln x)'$$

$$= -\sin 2x (2x)' + \frac{1}{x}$$

$$= -2x \ln 2 \sin 2x + \frac{1}{x} \quad \dots\dots\dots$$

34、设 $y = \cos x + \ln 2x$, 求 dy .

$$\text{设 } y = \cos x + \ln^2 x, \text{ 求 } dy.$$

$$\text{解: } y' = -\sin x + 2 \ln x \left(\frac{1}{x}\right) = \frac{2}{x} \ln x - \sin x$$

$$dy = \left(\frac{2}{x} \ln x - \sin x\right) dx$$

35、设 $y = \cos x + \ln 3x$, 求 y' .

$$\text{设 } y = \cos x + \ln^3 x, \text{ 求 } y'.$$

解: 由导数四则运算法则和导数基本公式得

$$y' = (\cos x + \ln^3 x)' = (\cos x)' + (\ln^3 x)'$$

$$= -\sin x + 3 \ln^2 x (\ln x)'$$

$$= -\sin x + \frac{3 \ln^2 x}{x}$$

36、设 $y = \cos x + \ln 3x$, 求 y' .

$$\text{设 } y = \cos x + \ln^3 x, \text{ 求 } y'.$$

11. 解: 由导数运算法则和导数基本公式得

$$y' = (\cos x + \ln^3 x)' = (\cos x)' + (\ln^3 x)'$$

$$= -\sin x + 3 \ln^2 x (\ln x)'$$

$$= -\sin x + \frac{3 \ln^2 x}{x} \quad \dots\dots\dots$$

37、设 $y = e + \cos 2x$, 求 y' .

$$\text{设 } y = e^{-x^2} + \cos 2x, \text{ 求 } y'.$$

$$\text{解: } y' = (e^{-x^2})' + (\cos 2x)'$$

$$= (-x^2)' \cdot e^{-x^2} - 2 \sin 2x$$

$$= -2xe^{-x^2} - 2 \sin 2x$$

$$\text{综上所述, } y' = -2xe^{-x^2} - 2 \sin 2x$$

38、设 $y = e + x\sqrt{x}$, 求 dy .

$$\text{设 } y = e^{\sin x} + x\sqrt{x}, \text{ 求 } dy.$$

$$\text{解: } y' = (e^{\sin x} + x\sqrt{x})' = (e^{\sin x})' + (x\sqrt{x})'$$

$$= e^{\sin x} (\sin x)' + (x^{\frac{3}{2}})'$$

$$= \cos x e^{\sin x} + \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}}$$

$$dy = (\cos x e^{\sin x} + \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}}) dx$$

39、设 $y = e^{-5x} - \tan x$, 求 dy .

设 $y = e^{-5x} - \tan x$, 求 dy .

$$11. \text{解: } y' = (e^{-5x})' - (\tan x)' = -5e^{-5x} - \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$dy = (-5e^{-5x} - \frac{1}{\cos^2 x}) dx$$

40、设 $y = e^{-x^2} + \cos 2x$, 求 y' .

设 $y = e^{-x^2} + \cos 2x$, 求 y' .

$$\text{解: } y' = e^{-x^2} (-x^2)' - \sin 2x (2x)' = -2xe^{-x^2} - 2\sin 2x$$

41、设 $y = e^{-x} \cos x$, 求 y' .

设 $y = e^{-x} \cos x$, 求 y' .

$$\text{解: } y' = (e^{-x})' \cos x + e^{-x} (\cos x)'$$

$$= e^{-x} \cdot (-x)' \cdot \cos x + e^{-x} \cdot (-\sin x)$$

$$= -e^{-x} (\cos x + \sin x) \dots\dots\dots$$

42、设 $y = e^{1/x+5x}$

设 $y = e^{\frac{1}{x}+5x}$, 求 dy .

$$\text{解: } y' = e^{\frac{1}{x}} \left(-\frac{1}{x^2} \right) + 5e^{\frac{1}{x}+5x}$$

$$dy = y' dx$$

$$= \left(5e^{\frac{1}{x}+5x} - \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} \right) dx$$

43、设 $y = e^{2x} + x$, 求 y' .

设 $y = e^{2x} + x\sqrt{x}$, 求 y' .

$$\text{解: } y' = (e^{2x})' + (x\sqrt{x})' = e^{2x} \cdot (2x)' + \frac{3}{2}\sqrt{x} = 2e^{2x} + \frac{3}{2}\sqrt{x}$$

44、设 $y = e^x + \ln \cos x$, 求 dy

设 $y = e^x + \ln \cos x$, 求 dy .

$$\text{解: } y' = e^x - \frac{1}{\cos x} (-\sin x) = e^x + \tan x$$

$$dy = y' dx$$

$$= (e^x + \tan x) dx$$

45、设 $y = \ln(1+x) + \sin 2x$, 求 y' .

设 $y = \ln(1+x) + \sin^2 x$, 求 y' .

$$\text{解: } y' = \frac{1}{1+x} \cdot (1+x)' + 2 \sin x \cdot (\sin x)' = \frac{1}{1+x} + 2 \sin x \cos x$$

46、设 $y = \ln(1+\sin x)$, 求 y' .

$$\text{解: } y' = (\ln(1+\sin x))' = \frac{(1+\sin x)'}{1+\sin x} = \frac{\cos x}{1+\sin x}$$

47、设 $y = \ln 3x - \cos 5x$, 求 dy .

设 $y = \ln^3 x - \cos 5x$, 求 dy .

解: $y' = (\ln^3 x - \cos 5x)' = (\ln^3 x)' - (\cos 5x)'$

$$= 3 \ln^2 x (\ln x)' + \sin 5x \cdot (5x)'$$

$$= \frac{3 \ln^2 x}{x} + 5 \sin 5x$$

$$dy = \left(\frac{3 \ln^2 x}{x} + 5 \sin 5x \right) dx$$

48、设 $y = \ln \cos x - 1/x$, 求 y'

设 $y = \ln \cos x - \frac{1}{x}$, 求 y'

解: $y' = (\ln \cos x)' - (x^{-1})' = \frac{1}{\cos x} (\cos x)' + x^{-2} = -\tan x + \frac{1}{x^2}$

49、设 $y = \ln x^2 x + e^{-3x}$, 求 dy .

设 $y = \ln^2 x + e^{-3x}$, 求 dy .

11. 解: 因为 $y' = 2 \ln x (\ln x)' - 3e^{-3x} = \frac{2 \ln x}{x} - 3e^{-3x}$

所以 $dy = \left(\frac{2 \ln x}{x} - 3e^{-3x} \right) dx$

50、设 $y = \sin 2x + x\sqrt{x}$, 求 y' .

解: 设 $y = \sin 2x + x\sqrt{x}$, 求 y' .

解: $y' = (\sin 2x)' + (x\sqrt{x})' = \cos 2x \cdot (2x)' + \left(x^{\frac{3}{2}} \right)' = 2 \cos 2x + \frac{3}{2} \sqrt{x}$

51、设 $y = \sin 3x + \log_5 x$, 求 dy .

设 $y = \sin 3x + \log_5 x$, 求 dy .

解: $dy = d(\sin^3 x) + d(\log_5 x)$

$$= 3 \sin^2 x d(\sin x) + \frac{1}{x \ln 5} dx$$

$$= 3 \sin 2x \cos x dx + \frac{1}{x \ln 5} dx = \left(3 \sin 2x \cos x + \frac{1}{x \ln 5} \right) dx$$

52、设 $y = \sin \sqrt{x} + x - 1$, 求 y .

设 $y = \sin \sqrt{x} + \frac{x-1}{x}$, 求 y' .

解: 由导数四则运算法则和复合函数求导法则得

$$y' = \cos \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} = \frac{\cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$$

53、设 $y = x^5 + e^{\sin x}$, 求 y .

题目: 设 $y = x^5 + e^{\sin x}$, 求 dy .

11. 解: 由微分四则运算法则和微分基本公式得

$$dy = d(x^5 + e^{\sin x}) = d(x^5) + d(e^{\sin x})$$

$$= 5x^4 dx + e^{\sin x} d(\sin x)$$

$$= 5x^4 dx + e^{\sin x} \cos x dx$$

$$= (5x^4 + e^{\sin x} \cos x) dx$$

54、设 $y = x\sqrt{x} + e^{-x}$, 求 y .

设 $y = x\sqrt{x} + e^{-x}$, 求 y' .

解: $y' = (x\sqrt{x})' + (e^{-x})' = \left(x^{\frac{3}{2}} \right)' + e^{-x} \cdot (-x)' = \frac{3}{2} \sqrt{x} - e^{-x}$

55、已知 $x + y - xy + 3x = 1$, 求 dy .

已知 $x^2 + y^2 - xy + 3x = 1$, 求 dy .

解：方程两边关于 x 求导： $2x + 2yy' - y - xy' + 3 = 0$

$$(2y - x)y' = y - 2x - 3, \quad dy = \frac{y-3-2x}{2y-x} dx$$

56、已知 $y=2x-\cos x$, 求 dy .

已知 $y = 2x - \frac{\cos x}{x}$, 求 dy .

解：因为 $y'(x) = (2x - \frac{\cos x}{x})' = 2 + \ln 2 - \frac{-x \sin x - \cos x}{x^2}$

$$= 2 + \ln 2 + \frac{x \sin x + \cos x}{x^2}$$

$$\text{所以 } dy = (2 + \ln 2 + \frac{x \sin x + \cos x}{x^2}) dx$$

线性代数计算题(42)

- 1、解矩阵方程 $([22]-1)X=[34]$.
- 2、解矩阵方程 $X[12]=[10]$.
- 3、求 λ 取何值时, 线性方程组 $\{x_1+x_2+x_3=1\}$ 有解? 有...
- 4、求 λ 取何值时, 线性方程组 $\{x_1-x_2+x_4=2\}$ 有解, ...
- 5、求 λ 为何值时, 齐次线性方程组 $\{x_1+2x_2+\lambda x_3=0\}$...
- 6、求 λ 为何值时, 线性方程组 $\{x_1+x_2-x_3=3\}$ 有解, ...
- 7、求 λ 为何值时, 线性方程组 $\{x_1-x_2+4x_3=2\}$ 有解...
- 8、求 λ 为何值时, 线性方程组 $\{x_1+x_2-x_3=-3, 2x_1+3x_2-x_3=0\}$...
- 9、求非齐次线性方程组 $\{x_1+2x_2+x_3=8\}$ 的一般解. ...
- 10、求非齐次线性方程组 $\{x_1+x_2+x_3=3\}$ 的一般解. ...
- 11、求齐次线性方程组 $\{x_1+2x_2-x_4=2\}$ 的一般解....
- 12、求齐次线性方程组 $\{x_1+2x_3-x_4=0\}$ 的一般解....
- 13、求齐次线性方程组 $\{x_1+2x_3-x_4=0\}$ 的一般解. ...
- 14、求齐次线性方程组 $\{x_1+3x_2-x_3=0\}$ 的一般解....
- 15、求齐次线性方程组 $\{x_1+x_2+2x_3-x_4=0\}$ 的一般解....
- 16、求齐次线性方程组 $\{x_1+x_2+x_3=0\}$ 的一般解. ...
- 17、求线性方程组 $\{2x_2-5x_3+2x_4=0\}$ 的一般解. ...
- 18、求线性方程组 $\{x_1+2x_3-x_4=0\}$ 的一般解. ...
- 19、求线性方程组 $\{x_1+2x_3=-1\}$ 的一般解. ...
- 20、求线性方程组 $\{x_1-3x_2+x_3-x_4=1\}$ 的一般解....
- 21、求线性方程组 $\{x_1-3x_2-2x_3-x_4=1\}$ 的一般解. ...
- 22、求线性方程组 $\{x_1-3x_2-2x_3-x_4=2\}$...
- 23、求线性方程组 $\{x_1-x_2+x_4=2\}$ 的一般解. ...
- 24、设 $A=[-113]$, 求 $(I+A)^{-1}$.
- 25、设 $A=[10]$, $B=[310]$, 求 $(ATB)^{-1}$.
- 26、设 $A=[12-3]$, $B=[1-30]$, 求解矩阵方程 $XA=B$
- 27、设 $A=[210]$, 求 $(A-I)^{-1}$.
- 28、设矩阵 $A=[-1316-3]$, $B=[1]$, 求 $A^{-1}B$.
- 29、设矩阵 $A=[-1316-3]$, 求 A^{-1} .
- 30、设矩阵 $A=[012]$, $B=[213]$, 求解矩阵方程 $XA=B$...

- 31、设矩阵 $A=[0-1-3]$, $B=[25]$, I 是 3 阶单位矩阵, 求...
- 32、设矩阵 $A=[010]$, $I=[100]$ 求 $(I+A)^{-1}$.
- 33、设矩阵 $A=[012]$, $B=[213]$, 求解矩阵方程 $XA=B$
- 34、设矩阵 $A=[01]$, $B=[10]$, 计算 $(ATB)^{-1}$.
- 35、设矩阵 $A=[1-10]$, $B=[200]$, 求 $A^{-1}B$.
- 36、设矩阵 $A=[100]$, 求 $(AAT)^{-1}$.
- 37、设矩阵 $A=[10]$, $B=[01]$, 求 $(BTA)^{-1}$.
- 38、设矩阵 $A=[110]$, 求 $(AAT)^{-1}$.
- 39、设矩阵 $A=[12-3]$, $B=[1-30]$, 求解矩阵方程 $XA=B$
- 40、设矩阵 $A=[23-1]$, 求 A^{-1} .
- 41、已知 $AX=B$, 其中 $A=[122]$, $B=[2]$, 求 X .
- 42、已知 $AX=B$, 其中 $A=[123]$, $B=[23]$, 求 X

1、解矩阵方程 $([22]-1)X=[34]$.

$$\text{解矩阵方程 } \left(\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} - I \right) X = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$$

解：矩阵方程可化简为

$$\left(\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} - I \right) X = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$$

即

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$$

因此

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$$

又由

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 3 & -5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{可得 } \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{因此, } X = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -17 & -8 \\ -10 & -6 \end{bmatrix}$$

2、解矩阵方程 $X[12]=[10]$.

$$\text{解矩阵方程 } X \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

13. 解: 因为

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \end{bmatrix},$$

所以 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$10 分

因此 $X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -6 & 2 \end{bmatrix}$15 分

3、求 λ 取何值时, 线性方程组 $\{x_1+x_2+x_3=1$ 有解? 有解时求其一般解。

当 λ 取何值时, 线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 = \lambda \\ -x_1 + 5x_3 = 1 \end{cases}$ 有解? 有解时求其一般解.

14. 解: 因为增广矩阵

$$\bar{A} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -4 & \lambda \\ -1 & 0 & 5 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -6 & \lambda-2 \\ 0 & 1 & 6 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & -1 \\ 0 & -1 & -6 & \lambda-2 \\ 0 & 1 & 6 & 2 \end{bmatrix}$$

所以, 当 $\lambda=0$ 时, 方程组有解.10 分

此时, 方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1 = 5x_3 - 1 \\ x_2 = -6x_3 + 2 \end{cases}$, 其中 x_3 是自由未知量.15 分

4、求 λ 取何值时, 线性方程组 $\{x_1-x_2+x_4=2$ 有解, 在有解的情况下求方程组的一般解。

14. 当 λ 取何值时, 线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = \lambda + 2 \end{cases}$$

有解, 在有解的情况下求方程组的一般解.

14. 解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & -3 & 1 & 5 & \lambda+2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & \lambda-2 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-3 \end{bmatrix}$$

由此可知当 $\lambda \neq 3$ 时, 方程组无解。当 $\lambda=3$ 时, 方程组有解。

所以一般解为 $\begin{cases} x_1 = x_3 + 2x_4 + 1 \\ x_2 = x_3 + 3x_4 - 1 \end{cases}$ (其中 x_3, x_4 是自由未知量)

5、求 λ 为何值时, 齐次线性方程组 $\{x_1+2x_2+\lambda x_3=0$ 有非零解, 并求其一般解。

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + \lambda x_3 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 13x_3 = 0 \end{cases}$$

有非零解, 并求其一般解。

解:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 2 & 5 & -1 \\ 1 & 1 & 13 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 0 & 1 & -1-2\lambda \\ 0 & -1 & 13-\lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & \lambda \\ 0 & 1 & -1-2\lambda \\ 0 & 0 & 12-3\lambda \end{bmatrix}$$

当 $\lambda=4$ 时, 方程组有非零解,

且方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1 = -22x_3 \\ x_2 = 9x_3 \end{cases}$ (x_3 是自由未知量)

6、求 λ 为何值时, 线性方程组 $\{x_1+x_2-x_3=3$, 有解, 并求一般解。

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 = \lambda \\ -x_1 + 2x_2 + 7x_3 = -9 \end{cases}$$

14. 解:对增广矩阵做初等行变换,可得

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -3 \\ 2 & 1 & -4 & \lambda \\ -1 & 2 & 7 & -9 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & -1 & -2 & \lambda+6 \\ 0 & 3 & 6 & -12 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda+2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda+2 \end{bmatrix}$$

因此,当 $\lambda+2=0$ 即 $\lambda=-2$ 时,方程组有解.

方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1=3x_3+1 \\ x_2=-2x_3-4 \end{cases}$, 其中 x_3 是自由未知量.

7. 求 λ 为何值时,线性方程组 $\{x_1-x_2+4x_3=2, 2x_1-x_2-x_3=1, 3x_1-2x_2+3x_3=\lambda\}$ 有解,并求一般解.

$$\begin{cases} x_1-x_2+4x_3=2 \\ 2x_1-x_2-x_3=1 \\ 3x_1-2x_2+3x_3=\lambda \end{cases} \text{有解, 并求一般解.}$$

14. 解:对增广矩阵做初等行变换,可得

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 3 & \lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & -9 & -3 \\ 0 & 1 & -9 & \lambda-6 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & -1 \\ 0 & 1 & -9 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda-3 \end{bmatrix}$$

因此,当 $\lambda-3=0$ 即 $\lambda=3$ 时,方程组有解.

方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1=5x_3-1 \\ x_2=9x_3-3 \end{cases}$, 其中 x_3 是自由未知量.

8. 求 λ 为何值时,线性方程组 $\{x_1+x_2-x_3=-3, 2x_1+x_2-4x_3=\lambda, -x_1+2x_2+7x_3=-9\}$ 有解,并求一般解.

$$\begin{cases} x_1+x_2-x_3=-3 \\ 2x_1+x_2-4x_3=\lambda \\ -x_1+2x_2+7x_3=-9 \end{cases}$$

求 λ 为何值时,线性方程组有解,并求一般解.

解:对增广矩阵做初等行变换,可得

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -3 \\ 2 & 1 & -4 & \lambda \\ -1 & 2 & 7 & -9 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & -1 & -2 & \lambda+6 \\ 0 & 3 & 6 & -12 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda+2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda+2 \end{bmatrix}$$

因此,当 $\lambda+2=0$ 即 $\lambda=-2$ 时,方程组有解,

$$\begin{cases} x_1=3x_3+1 \\ x_2=-2x_3-4 \end{cases}$$

方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1=3x_3+1 \\ x_2=-2x_3-4 \end{cases}$, 其中 x_3 是自由未知量.

9. 求非齐次线性方程组 $\{x_1+2x_2+x_3=8, 2x_1+x_2-x_3=7, x_1-2x_2-3x_3=-4\}$ 的一般解.

$$\text{求非齐次线性方程组 } \begin{cases} x_1+2x_2+x_3=8 \\ 2x_1+x_2-x_3=7 \\ x_1-2x_2-3x_3=-4 \end{cases} \text{ 的一般解.}$$

14. 解:对增广矩阵做初等行变换,可得

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 8 \\ 2 & 1 & -1 & 7 \\ 1 & -2 & -3 & -4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 8 \\ 0 & -3 & -3 & -9 \\ 0 & -4 & -4 & -12 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

因此,方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1=x_3+2 \\ x_2=-x_3+3 \end{cases}$, 其中 x_3 是自由未知量.

10. 求非齐次线性方程组 $\{x_1+x_2+x_3=3, 3x_1+x_2-3x_3=5, 2x_1+x_2-x_3=4\}$ 的一般解.

$$\text{求非齐次线性方程组 } \begin{cases} x_1+x_2+x_3=3 \\ 3x_1+x_2-3x_3=5 \\ 2x_1+x_2-x_3=4 \end{cases} \text{ 的一般解.}$$

解:对增广矩阵做初等行变换,可得

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & -6 & -4 \\ 0 & -1 & -3 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

因此,方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1=2x_3+1 \\ x_2=-3x_3+2 \end{cases}$, 其中 x_3 是自由未知量.

11. 求齐次线性方程组 $\{x_1+2x_2-x_3=0, x_1+2x_2-x_4=0\}$ 的一般解.

求齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_4 = 2 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$ 的一般解。

14. 解: 因为系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 5 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots$$

所以一般解为 $\begin{cases} x_1 = -2x_3 + x_4 \\ x_2 = x_3 - x_4 \end{cases}$ (其中 x_3, x_4 是自由未知量)。

12. 求齐次线性方程组 $\{x_1 + 2x_3 - x_4 = 0\}$ 的一般解。

求齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$ 的一般解。

解: 对系数矩阵 A 做初等行变换, 可得

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 5 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

因此, 方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1 = -2x_3 + x_4 \\ x_2 = x_3 - x_4 \end{cases}$, 其中 x_3, x_4 是自由未知量。 $\dots\dots\dots 15 \text{ 分}$

13. 求齐次线性方程组 $\{x_1 + 2x_3 - x_4 = 0\}$ 的一般解。

求齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$ 的一般解。

$$\text{解: } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 5 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

所以, 方程的一般解为

$$\begin{cases} x_1 = -2x_3 + x_4 \\ x_2 = x_3 - x_4 \end{cases} \text{ (其中 } x_3, x_4 \text{ 是自由未知量)}$$

10解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 3 & \lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & -9 & -3 \\ 0 & 1 & -9 & \lambda - 6 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & -1 \\ 0 & 1 & -9 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda - 3 \end{bmatrix}$$

由此可知当 $\lambda \neq 3$ 时, 方程组无解。当 $\lambda = 3$ 时, 方程组有解。

且方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1 = 5x_3 - 1 \\ x_2 = 9x_3 + 3 \end{cases}$ (其中 x_3 为自由未知量)

14. 求齐次线性方程组 $\{x_1 + 3x_2 - x_3 = 0\}$ 的一般解。

14. 求齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 = 0 \\ -x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$ 的一般解。

14. 解: 对系数矩阵 A 做初等行变换, 可得

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 7 & -4 \\ -1 & -4 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

因此, 方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1 = -5x_3 \\ x_2 = 2x_3 \end{cases}$, 其中 x_3 为自由未知量。

15. 求齐次线性方程组 $\{x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0\}$ 的一般解。

求齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ -x_1 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$ 的一般解。

14. 解: 因为系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & 5 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

所以一般解为 $\begin{cases} x_1 = -3x_3 + 2x_4 \\ x_2 = x_3 - x_4 \end{cases}$ (其中 x_3, x_4 是自由未知量)

16. 求齐次线性方程组 $\{x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$ 的一般解。

求齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 8x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_4 = 0 \end{cases} \text{ 的一般解。}$$

14. 解: 因为系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 8 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

所以方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1 = -3x_3 - x_4 \\ x_2 = 2x_3 + x_4 \end{cases}$, 其中 x_3, x_4 是自由未知量。

17. 求线性方程组 $\{2x_2 - 5x_3 + 2x_4 = 0\}$ 的一般解。

14. 求下列线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 0 \\ -2x_1 + 14x_2 - 6x_3 + 12x_4 = 0 \end{cases}$$

的一般解。

解: 系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 2 & -3 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ -2 & 14 & -6 & 12 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -9 & 4 & -9 \\ 0 & 18 & -8 & 18 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{9} & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{9} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\therefore$ 一般解为 $\begin{cases} x_1 = \frac{1}{9}x_3 - x_4 \\ x_2 = \frac{4}{9}x_3 - x_4 \end{cases}$ (其中 x_3, x_4 是自由未知量)

18. 求线性方程组 $\{x_1 + 2x_3 - x_4 = 0\}$ 的一般解。

14. 求下列线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$

的一般解。

14. 解: 因为系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 5 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12 \text{ 分})$$

所以一般解为 $\begin{cases} x_1 = -2x_3 + x_4 \\ x_2 = x_3 - x_4 \end{cases}$ (其中 x_3, x_4 是自由未知量) (15 分)

19、求线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_3 = -1 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 = -3 \end{cases}$ 的一般解。

求线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_3 = -1 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 = -3 \end{cases}$ 的一般解。

14. 解 因为增广矩阵

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 5 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

所以一般解为:

$$\begin{cases} x_1 = -2x_3 - 1 \\ x_2 = x_3 + 1 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_3 \text{ 为自由未知量})$$

20、求线性方程组 $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ -2x_1 + 7x_2 - 2x_3 + x_4 = -2 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - 4x_2 + 8x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}$ 的一般解。

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ -2x_1 + 7x_2 - 2x_3 + x_4 = -2 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - 4x_2 + 8x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}$$

解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ -2 & 7 & -2 & 1 & -2 \\ 1 & -4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & -4 & 8 & 2 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 6 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 6 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

方程组的一般解为

$$\begin{cases} x_1 = 1 + 5x_4 \\ x_2 = x_4 \\ x_3 = -x_4 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_4 \text{ 为自由未知量})$$

21、求线性方程组 $\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - 8x_2 - 4x_3 - x_4 = 0 \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_1 - 2x_2 - 6x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$ 的一般解。

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - 8x_2 - 4x_3 - x_4 = 0 \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_1 - 2x_2 - 6x_3 + x_4 = 2 \end{cases} \quad \text{的一般解。}$$

解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 3 & -8 & -4 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & -4 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -6 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & -5 & -8 & 0 & 3 \\ 0 & -5 & -8 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 10 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -15 & 16 \\ 0 & 1 & 0 & -8 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

由此得到方程组的一般解

$$\begin{cases} x_1 = 15x_4 + 16 \\ x_2 = 8x_4 + 9 \\ x_3 = -5x_4 - 6 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_4 \text{ 是自由未知量})$$

22、求线性方程组 $\{x_1 - 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 2\}$

$$\text{求线性方程组 } \begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 2 \\ 3x_1 - 8x_2 - 4x_3 - x_4 = 0 \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_1 - 2x_2 - 6x_3 + x_4 = 2 \end{cases} \text{ 的一般解。}$$

14. 解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 3 & -8 & -4 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & -4 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -6 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & -5 & -8 & 0 & 3 \\ 0 & -5 & -8 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 10 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -15 & 16 \\ 0 & 1 & 0 & -8 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

由此得到方程组的一般解

23、求线性方程组 $\{x_1 - x_2 + x_4 = 2\}$ 的一般解。

$$\text{求线性方程组 } \begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = 5 \end{cases} \text{ 的一般解。}$$

$$14. \text{ 解: 因为 } \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & -3 & 1 & 5 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

故方程组的一般解为:

$$\begin{cases} x_1 = x_3 + 2x_4 + 1 \\ x_2 = x_3 + 3x_4 - 1 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_3, x_4 \text{ 是自由未知量})$$

24、设 $A = [-113]$, 求 $(I+A)^{-1}$.

设 $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$, 求 $(I+A)^{-1}$.

解: $I+A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$

$$[I+A \quad I] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -5 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -10 & 6 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

因此, $(I+A)^{-1} = \begin{bmatrix} 10 & 6 & -5 \\ -5 & 3 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$.

25、设 $A=[10], B=[310]$, 求 $(A^T B)^{-1}$

设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 10 \\ 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, 求 $(A^T B)^{-1}$.

13. 解: $A^T B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 10 \\ 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

$$[A^T B \quad I] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

因此, $(A^T B)^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

26、设 $A=[12-3], B=[1-30]$, 求解矩阵方程 $XA=B$.

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 7 \end{bmatrix}$, 求解矩阵方程 $XA=B$.

解: $(A \quad I) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & -4 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 5 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 6 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & -5 & 6 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -7 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -8 & 6 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & -7 & 5 & -4 \end{bmatrix} \cdot A^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & 3 & -2 \\ -8 & 6 & -5 \\ -7 & 5 & -4 \end{bmatrix}$$

$$X = BA^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 & 3 & -2 \\ -8 & 6 & -5 \\ -7 & 5 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & -15 & 13 \\ -65 & 47 & -38 \end{bmatrix}$$

27、设 $A=[210]$, 求 $(A-I)^{-1}$.

设 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & 3 \end{bmatrix}$, 求 $(A-I)^{-1}$.

解: $A-I = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

$$[A-I \quad I] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{I} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -6 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

因此, $(A-I)^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 2 & 1 \\ 7 & -2 & -1 \\ -5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

28、设矩阵 $A=[-1316-3], B=[1]$, 求 $A^{-1}B$.

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} -13 & -6 & -3 \\ -4 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, 求 A^{-1} .

解: 因为 $(A|I) = \begin{bmatrix} -13 & -6 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -7 & -2 & 0 & -13 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -7 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

所以 $A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & -7 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

29、设矩阵 $A = [-13 \ 16 \ 3]$, 求.

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} -13 & -6 & -3 \\ -4 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$, 求 $A^{-1}B$.

13. 解: 因为 $(A|I) = \begin{bmatrix} -13 & -6 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -7 & -2 & 0 & -13 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -7 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

即 $A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & -7 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

所以 $A^{-1}B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & -7 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$

30、设矩阵 $A = [0 \ 12]$, $B = [2 \ 13]$, 求解矩阵方程 $XA = B$.

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$, 求解矩阵方程 $XA = B$.

解: 由 $XA = B$ 可得 $X = BA^{-1}$.

$$[AI] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -7 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

由此可得 $A^{-1} = \begin{bmatrix} -7 & -5 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

因此, $X = BA^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -3 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -7 & -5 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 & -12 & 7 \\ 34 & 23 & -13 \end{bmatrix}$

31、设矩阵 $A = [0 \ 1 \ 3]$, $B = [25]$, I 是 3 阶单位矩阵, 求 $(I - A)^{-1}B$.

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & -2 & -7 \\ -3 & -4 & -8 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$, I 是 3 阶单位矩阵, 求 $(I - A)^{-1}B$.

13. 解:由矩阵减法运算得

$$I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & -2 & -7 \\ -3 & -4 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 7 \\ 3 & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

利用初等行变换得

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 7 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 9 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -2 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{即 } (I - A)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

由矩阵乘法运算得

$$(I - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -9 & -15 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}.$$

32、设矩阵 $A=[010]$, $I=[100]$ 求 $(I+A)^{-1}$ 。

$$\text{设矩阵 } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{求 } (I + A)^{-1}.$$

$$\text{解:因为 } I + A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -6 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{所以 } (I + A)^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 2 & 1 \\ 7 & -2 & -1 \\ -5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

33、设矩阵 $A=[012]$, $B=[213]$,求解矩阵方程 $XA=B$ 。

13. 解: 由 $XA=B$ 可得 $X=BA^{-1}$3分

$$[A]^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -7 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{由此可得 } A^{-1} = \begin{bmatrix} -7 & -5 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots$$

$$\text{因此, } X=BA^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -3 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -7 & -5 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 & -12 & 7 \\ 34 & 23 & -13 \end{bmatrix}$$

34、设矩阵 $A=[01]$, $B=[10]$,计算 $(ATB)^{-1}$ 。

$$\text{设矩阵 } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \text{计算 } (A^TB)^{-1}.$$

13. 解: 因为 $A^T B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

所以由公式得 $(A^T B)^{-1} = \frac{1}{(-1) \times 3 - 2 \times (-1)} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

35、设矩阵 $A=[1-10], B=[200]$, 求 $A^{-1}B$ 。

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$, 求 $A^{-1}B$ 。

解: 利用初等行变换得

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -6 & -4 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & 4 & -1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & 4 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

即 $A^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 1 \\ -5 & -3 & 1 \\ 6 & 4 & -1 \end{bmatrix}$

由矩阵乘法得

$$\begin{aligned} A^{-1}B &= \begin{bmatrix} -4 & -3 & 1 \\ -5 & -3 & 1 \\ 6 & 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -15 & 5 \\ -10 & -15 & 5 \\ 12 & 20 & -5 \end{bmatrix} \\ &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

所以一般解为 $\begin{cases} x_1 = -2x_3 + x_4 \\ x_2 = x_3 - x_4 \end{cases}$ (其中 x_3, x_4 是自由未知量)

36、设矩阵 $A=[100]$, 求 $(AA^T)^{-1}$ 。

$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 求 $(AA^T)^{-1}$ 。

解: 由矩阵乘法和转置运算得

$$AA^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

利用初等行变换得

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{即 } (AA^T)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots$$

37、设矩阵 $A=[10]$, $B=[01]$, 求 $(B^T A)^{-1}$ 。

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, 求 $(B^T A)^{-1}$ 。

13. 解: 因为

$$B^T A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \dots\dots\dots$$

所以由公式可得

$$(B^T A)^{-1} = \frac{1}{(-1) \times 3 - 2 \times (-1)} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

38、设矩阵 $A=[110]$, 求 $(AA^T)^{-1}$ 。

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, 计算 $(AA^T)^{-1}$ 。

13. 解: $AA^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

因为

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix},$$

$$\text{所以 } (AA^T)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}.$$

39、设矩阵 $A=[12-3]$, $B=[1-30]$, 求解矩阵方程 $XA=B$ 。

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 7 \end{bmatrix}$, 求解矩阵方程 $XA=B$ 。

解: 由 $XA=B$ 可得 $X=BA^{-1}$

$$\begin{aligned} [A \cdots I] &= \begin{bmatrix} 1 \cdots 2 & -3 \cdots 1 & 0 \cdots 0 \\ 3 \cdots 2 & -4 \cdots 0 & 1 \cdots 0 \\ 2 \cdots -1 & 0 \cdots 0 & 0 \cdots 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \cdots 2 & -3 \cdots 1 & 0 \cdots 0 \\ 0 \cdots -4 & 5 \cdots -3 & 1 \cdots 0 \\ 0 \cdots -5 & 6 \cdots -2 & 0 \cdots 1 \end{bmatrix} \\ &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 \cdots 2 & -3 \cdots 1 & 0 \cdots 0 \\ 0 \cdots 1 & -1 \cdots -1 & 1 \cdots -1 \\ 0 \cdots -5 & 6 \cdots -2 & 0 \cdots 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \cdots 0 & -1 \cdots 3 & -2 \cdots 2 \\ 0 \cdots 1 & -1 \cdots -1 & 1 \cdots -1 \\ 0 \cdots 0 & 1 \cdots -7 & 5 \cdots -4 \end{bmatrix} \\ &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 \cdots 0 \cdots 0 & -4 & 3 \cdots -2 \\ 0 \cdots 1 \cdots 0 & -8 & 6 \cdots -5 \\ 0 \cdots 0 \cdots 1 & -7 & 5 \cdots -4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

由此可得 $A^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & 3 & -2 \\ -8 & 6 & -5 \\ -7 & 5 & -4 \end{bmatrix}$ 。

因此, $X = BA^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 & 3 & -2 \\ -8 & 6 & -5 \\ -7 & 5 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & -15 & 13 \\ -65 & 47 & -38 \end{bmatrix}$ 。

40、设矩阵 $A=[23-1]$, 求 A^{-1} 。

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, 求 A^{-1} .

解: 因为 $[A \ I] = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

所以 $A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

41、已知 $AX=B$, 其中 $A=[122]$, $B=[2]$, 求 X 。

已知 $AX=B$, 其中 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$, 求 X 。

13. 解: 利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -5 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 2 \\ 5 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

由此得

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 2 \\ 5 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -2 \end{bmatrix}$$

42、已知 $AX=B$, 其中 $A=[123]$, $B=[23]$, 求 X 。

已知 $AX=B$, 其中 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 7 \\ 5 & 8 & 10 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 求 X 。

解: 利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 7 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 8 & 10 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -5 & -5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 & -6 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -6 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

即: $A^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -1 \\ 5 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

由矩阵乘法得

$$x = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -1 \\ 5 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 13 \\ -15 & -23 \\ 8 & 12 \end{bmatrix}$$

应用分析题(15)

- 1、某厂每天生产某种产品 q 件的成本函数为 $C(q)=\dots$
- 2、某厂生产某种产品 q 件时的总成本函数为 $C(q)=\dots$
- 3、某厂生产某种产品的总成本为 $C(x)=3+x$ (万元)...
- 4、设某产品的固定成本为 36(万元), 且边际成本为...
- 5、设生产某种产品 q 个单位时的成本函数为 $C(q)=\dots$
- 6、生产某产品的边际成本为 $C'(x)=8x$ (万元/百台)...
- 7、投产某产品的固定成本为 36(万元), 边际成本为...
- 8、投产某产品的固定成本为 36(万元), 且产量(百)...
- 9、已知某产品的边际成本为 $C'(q)=4q-3$ (万元百台)...
- 10、已知某产品的边际成本为 $C'(x)=2$ (元/件) 边际收...
- 11、已知某产品的边际成本为 $C'(x)=4x-3$ (万元百台)...
- 12、已知某产品的边际成本为 $C'(x)=6x-4$ (万元百台)...
- 13、已知某产品的销售价格 p (元/件) 是销售量 q (件)...
- 14、已知生产某产品的边际成本为 $C'(q)=8q$ (万元百)...
- 15、已知生产某产品的边际成本为 $C'(x)=2$ (元/件), ...

1、某厂每天生产某种产品 q 件的成本函数为 $C(q)=0.5q^2+36q+9800$ (元).

$C(q)=0.5q^2+36q+9800$ (元). 为使平均成本最低, 每天产量应为多少? 此时, 每件产品平均成本为多少?

解: 因为 $\bar{C}(q) = \frac{C(q)}{q} = 0.5q + 36 + \frac{9800}{q} \quad (q > 0)$

$$\bar{C}'(q) = 0.5 - \frac{9800}{q^2}$$

令 $\bar{C}'(q) = 0$, 得 $q_1 = 140, q_2 = -140$ (舍去).

可以验证 $q_1 = 140$ 是平均成本函数 $\bar{C}(q)$ 的最小值点, 即使平均成本最低, 每天产量应为 140 件. 此时的平均成本为

$$\bar{C}(140) = 0.5 \times 140 + 36 + \frac{9800}{140} = 176 \text{ (元 / 件)}$$

2、某厂生产某种产品 q 件时的总成本函数为 $C(q)=20+4q+0.01q^2$ (元), 单位销售价格为 $p=14-0.01q$ (元/件),

$C(q)=20+4q+0.01q^2$ (元), 单位销售价格为 $p=14-0.01q$ (元/件),

问产量为多少时可使利润最大? 最大利润是多少?

15. 解: 由已知得收入函数

$$R = qp = q(14 - 0.01q) = 14q - 0.01q^2$$

利润函数

$$L = R - C = 14q - 0.01q^2 - 20 - 4q - 0.01q^2 = 10q - 20 - 0.02q^2$$

于是得到

$$L' = 10 - 0.04q$$

令 $L' = 10 - 0.04q = 0$, 解出唯一驻点 $q = 250$. 因为利润函数存在着最大值, 所以以当产量为 250 件时可使利润达到最大.

且最大利润为

$$L(250) = 10 \times 250 - 20 - 0.02 \times (250)^2 = 1230 \text{ (元)}$$

3、某厂生产某种产品的总成本为 $C(x)=3+x$ (万元), 其中 x 为产量, 单位: 百吨. 边际收入为

$R'(x)=15-2x$ (万元/百吨), 求:

(1) 利润最大时的产量?

(2) 从利润最大时的产量再生产 1 百吨, 利润有什么变化?

15. 解: (1) 因为边际成本 $C'(x)=1$, 边际利润

$$\begin{aligned} L'(x) &= R'(x) - C'(x) \\ &= 15 - 2x - 1 = 14 - 2x \end{aligned}$$

令 $L'(x) = 0$ 得 $x = 7$ (百吨)

又 $x = 7$ 是 $L(x)$ 的唯一驻点, 根据问题的实际意义可知

$L(x)$ 存在最大值, 故 $x = 7$ 是

$L(x)$ 的最大值点, 即当产量为 7(百吨)时, 利润最大.

$$\begin{aligned} (2) \quad L &= \int_7^8 L'(x) dx = \int_7^8 (14 - 2x) dx \\ &= (14x - x^2) \Big|_7^8 = -1 \end{aligned}$$

即从利润最大时的产量再生产 1 百吨, 利润将减少 1 万元.

4、设某产品的固定成本为 36(万元), 且边际成本为

$C'(x)=2x+40$ (万元/百台)试求产量由 4 百台增至 6 百台时总成本的增量, 及产量为多少时, 可使平均成本达到最低。

解: 当产量由 4 百台增至 6 百台时, 总成本的增量为

$$\Delta C = \int_4^6 (2x+40) dx = (x^2+40x) \Big|_4^6 = 100 \text{ (万元)}$$

$$\text{又 } \bar{C}(x) = \frac{\int_0^x C'(x) dx + c_0}{x} = \frac{x^2+40x+36}{x}$$

$$= x + 40 + \frac{36}{x}$$

$$\text{令 } \bar{C}'(x) = 1 - \frac{36}{x^2} = 0, \text{ 解得 } x = 6.$$

又该问题确实存在使平均成本达到最低的产量, 所以当 $x=6$ 时可使平均成本达到最小。

5、设生产某种产品 q 个单位时的成本函数为 $C(q)=100+0.25q^2+6q$ (万元), 求: ① $q=10$ 时的总成本、平均成本和边际成本; ②产量 q 为多少时, 平均成本最小。

15. 设生产某种产品 q 个单位时的成本函数为 $C(q)=100+0.25q^2+6q$ (万元), 求: ① $q=10$ 时的总成本、平均成本和边际成本; ②产量 q 为多少时, 平均成本最小。

1 5. 解: ①当 $q=10$ 时的总成本为

$$C(10)=100+0.25 \times (10)^2+6 \times 10=185 \text{ (万元)}.$$

$$\text{平均成本为 } \bar{C}(10)=\frac{C(10)}{10}=18.5 \text{ (万元/单位)}.$$

$$\text{边际成本为 } C'(10)=(0.5q+6) \Big|_{q=10}=11 \text{ (万元/单位)}. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{②因为 } \bar{C}(q)=\frac{C(q)}{q}=\frac{100}{q}+0.25q+6$$

$$\text{令 } \bar{C}'(q)=-\frac{100}{q^2}+0.25=0, \text{ 解得唯一驻点 } q=20 (q=20 \text{ 舍去}).$$

$$\text{又 } \bar{C}''(q)=-\frac{200}{q^3}>0, \text{ 所以 } q=20 \text{ 是平均成本函数 } \bar{C}(q) \text{ 的极小值点, 也是最小值点.}$$

因此, 当产量 $q=20$ 时, 可使平均成本最小. $\dots\dots\dots 20 \text{ 分}$

6、生产某产品的边际成本为 $C'(x)=8x$ (万元/百台), 边际收入为 $R(x)=100-2x$ (万元/百台), 其中 x 为产量, 求: ①产量为多少时利润最大; ②在最大利润产量的基础上再生产 2 百台, 利润将会发生什么变化。

$$\text{解 } L'(x)=R'(x)-C'(x)=(100-2x)-8x=100-10x$$

$$\text{令 } L'(x)=0, \text{ 得 } x=10 \text{ (百台)}$$

又 $x=10$ 是 $L(x)$ 的唯一驻点, 该问题确实存在最大值,

故 $x=10$ 是 $L(x)$ 的最大值点, 即当产量为 10 (百台) 时, 利润最大。

$$\text{又 } L = \int_{10}^{12} L'(x) dx = \int_{10}^{12} (100-10x) dx = (100x-5x^2) \Big|_{10}^{12} = -20.$$

即从利润最大时的产量再生产 2 百台, 利润将减少 20 万元。

7、投产某产品的固定成本为 36(万元), 边际成本为 $C'(x)=2x+40$ (万元/百台)。产量由 4 百台增至 6 百台时总成本的增量, 及产量为多少时, 可使平均成本达到最低

15. 解: 产量由 4 百台增至 6 百台时总成本的增量为

$$\Delta C = \int_4^6 (2x+40) dx = (x^2+40x) \Big|_4^6 = 100 \text{ (万元)} \quad \dots\dots\dots$$

总成本函数为

$$C(x) = \int C'(x) dx = \int (2x+40) dx = x^2+40x+c$$

由 $C(0)=36$ 可得 $c=36$, 从而 $C(x)=x^2+40x+36$. 因此, 平均成本函数为

$$\bar{C}(x) = \frac{x^2+40x+36}{x} = x+40+\frac{36}{x} \quad \dots\dots\dots$$

$$\text{令 } \bar{C}'(x) = 1 - \frac{36}{x^2} = 0, \text{ 解得唯一驻点 } x=6 (x=-6 \text{ 舍去}).$$

$$\text{又 } \bar{C}''(x) = \frac{72}{x^3} > 0, \text{ 所以 } x=6 \text{ 是平均成本函数 } \bar{C}(x) \text{ 的极小值, 也是最小值. 因此, 当产}$$

量为 6 百台时, 可使平均成本达到最小. $\dots\dots\dots 20 \text{ 分}$

8、投产某产品的固定成本为 36(万元), 且产量(百台)时的边际成本为 $C(x)=2x+60$ (万元百台), 试求产里由 4 百台增至 6 百台时总成本的增量,

$C'(x) = 2x + 60$ (万元/百台), 试求产量由 4 百台增至 6 百台时总成本的增量,

及产量为多少时, 可使平均成本达到最低。

15. 解: 当产量由 4 百台增至 6 百台时, 总成本的增量为

$$\Delta C = \int_4^6 (2x + 60) dx = (x^2 + 60x) \Big|_4^6 = 140 \text{ (万元)}$$

$$\begin{aligned} \text{又 } \bar{C}(x) &= \frac{\int_0^x C'(x) dx + c_0}{x} = \frac{x^2 + 60x + 36}{x} \\ &= x + 60 + \frac{36}{x} \end{aligned}$$

$$\text{令 } \bar{C}'(x) = 1 - \frac{36}{x^2} = 0, \text{ 解得 } x = 6.$$

又该问题确实存在使平均成本达到最低的产量, 所以, 当 $x=6$ (百台) 时可使平均成本达到最低。

9、已知某产品的边际成本为 $C(q)=4q-3$ (万元百台), q 为产量(百台), 固定成本为 18(万元), 求最低平均成本。

解: 因为总成本函数为

$$C(q) = \int (4q - 3) dq = 2q^2 - 3q + c,$$

当 $q=0$ 时, $C(0) = 18$, 得 $c = 18$. 即

$$C(q) = 2q^2 - 3q + 18$$

又平均成本函数为

$$A(q) = \frac{C(q)}{q} = 2q - 3 + \frac{18}{q}$$

$$\text{令 } A'(q) = 2 - \frac{18}{q^2} = 0, \text{ 解得 } q = 3 \text{ (百台)}$$

该题确实存在使平均成本最低的产量, 所以当 $x=3$ 时, 平均成本最低, 最低平均成本为

$$A(3) = 2 \times 3 - 3 + \frac{18}{3} = 9 \text{ (万元/百台)}$$

10、已知某产品的边际成本为 $C(x)=2$ (元/件) 边际收入为 $R(x)=12-0.02x$, 问产量为多少时太久最大?

$C'(x)=2$ (元/件) 边际收入为 $R'(x)=12-0.02x$, 问产量为多少时太久最大? 在最大利润

产量的基础上再生产 50 件, 利润将会发生什么变化?

解: 边际利润

$$L'(x) = R'(x) - C'(x) = 12 - 0.02x - 2 = 10 - 0.02x$$

$$\text{令 } L'(x) = 0, \text{ 得 } x = 500.$$

又 $x=500$ 是 $L(x)$ 的唯一驻点, 根据问题的实际意义可知 $L(x)$ 存在最大值, 故 $x=500$ 是 L

(x) 的最大值点, 即当产量为 500 件时, 利润最大。

当产量由 500 件增加至 550 件时, 利润改变量为

$$\Delta L = \int_{500}^{550} L'(x) dx = \int_{500}^{550} (10 - 0.02x) dx = (10x - 0.01x^2) \Big|_{500}^{550} = -25$$

即在最大利润产量的基础上再生产 30 件, 利润将减少 25 元。

11、已知某产品的边际成本为 $C(x)=4x-3$ (万元百台), x 为产量(百台), 固定成本为 18(万元), 求最低平均成本。

$$C'(x) = 4x - 3 \text{ (万元/百台),}$$

x 为产量 (百台), 固定成本为 18 (万元), 求最低平均成本。

解: 因为总成本函数为

$$C(x) = \int (4x - 3) dx = 2x^2 - 3x + c$$

当 $x=0$ 时, $C(0)=18$, 得 $c=18$, 即

$$C(x)=2x^2-3x+18$$

又平均成本函数为

$$A(x)=\frac{C(x)}{x}=2x-3+\frac{18}{x}$$

令 $A'(x)=2-\frac{18}{x^2}=0$, 解得 $x=3$ (百台).

可以验证 $x=3$ 是 $A(x)$ 的最小值点, 所以当 $x=3$

时, 平均成本最低. 最低平均成本为

$$A(x)=2 \times 3 - 3 + \frac{18}{3} = 9 \text{ (万元/百台)}$$

12、已知某产品的边际成本为 $C(x)=6x-4$ (万元百台) x 为产量 (百台), 固定成本为 27 (万元), 求最低平均成本。

$C'(x)=6x-4$ (万元/百台) x 为产量 (百台), 固定成本为 27 (万元), 求最低平均成本。

解: 因为总成本函数为

$$C(x)=\int(6x-4)dx=3x^2-4x+c$$

当 $x=0$ 时, $C(0)=27$, 得 $c=27$, 即

$$C(x)=3x^2-4x+27$$

又平均成本函数为

$$\bar{C}(x)=\frac{C(x)}{x}=3x-4+\frac{27}{x}$$

令 $\bar{C}'(x)=3-\frac{27}{x^2}=0$, 解得 $x=3$ (百台)

该问题确实存在平均成本最低的产量。所以, 当 $x=3$ 时, 平均成本最低, 最低平均成本为

$$C(3)=3 \times 3 - 4 + \frac{27}{3} = 14 \text{ (万元/百台)}$$

13、已知某产品的销售价格 p (元/件) 是销售量 q (件) 的函数 $p=400-q^2$, 而总成本为 $C(q)=100q+1500$ (元),

$p=400-\frac{q^2}{2}$, 而总成本为 $C(q)=100q+1500$ (元),

假设生产的产品全部售出, $\leftarrow$

求 (1) 产量为多少时利润最大? $\leftarrow$

(2) 最大利润是多少? $\leftarrow$

解: 收入函数为 $R=pq=(400-\frac{q^2}{2})q=400q-\frac{q^2}{2}$

$$L=R-C=400q-\frac{q^2}{2}-(100q+1500)=300q-\frac{q^2}{2}-1500$$

边际利润为

$$L'(x)=R'(q)-C'(q)$$

$$=300-q$$

令 $L'(q)=0$ 得 $q=300$, 即产量为 300 件时利润最大.

最大利润为 $L(300)=300 \times 300 - \frac{300^2}{2} - 1500 = 43500$ (元)

14、已知生产某产品的边际成本为 $C(q)=8q$ (万元百台), 边际收入为 $R(q)=100-2q$ (万元百台), 其中 q 为产量, 问产量多少时, 可使利润达到最大?

$C'(q)=8q$ (万元/百台), 边际收入为 $R'(q)=100-2q$

(万元/百台), 其中 q 为产量, 问产量多少时, 可使利润达到最大? 在利润最大时的产量基础上再生产 2 百台, 利润将会有怎样的变化?

解: $L'(q)=R'(q)-C'(q)=(100-2q)-8q=100-10q$

令 $L'(q)=0$, 得 $q=10$ (百台)

又 $q=10$ 是 $L(q)$ 的唯一驻点, 该

该问题确实存在最大值, 即当产量为 10 (百台) 时利润最大.

$$\text{又 } \Delta L = \int_{10}^{12} L'(q) dq = \int_{10}^{12} (100 - 10q) dq = (100q - 5q^2) \Big|_{10}^{12} = -20$$

即在利润最大时的产量基础上再生产 2 百台,利润将减少 20 万元.

15、已知生产某产品的边际成本为 $C(X)=2$ (元/件), 边际收入为 $R(X)=12-0.02X$,问产量为多少时利润最大?在最大利润产量的基础上再生产 50 件, 利润将会发生什么变化?

已知生产某产品的边际成本为 $C'(X)=2$ (元/件), 边际收入为 $R'(X)=12-0.02X$,问产量为多少时利润最大?在最大利润产量的基础上再生产 50 件, 利润将会发生什么变化?

答案: 解: 边际利润

$$L'(X)=R'(X)-C'(X)=12-0.02X-2=10-0.02X$$

令 $L'(X)=0$, 得 $X=500$

又 $x=500$ 是 $L(x)$ 的唯一驻点, 根据问题的实际意义可知 $L(x)$ 存在最大值, 故 $x=500$ 是 $L(x)$ 的最大值点, 即当产量为 500 件时, 利润最大.10 分

当产量由 500 件增加至 550 件时, 利润改变量为

$$\Delta L = \int_{500}^{550} L'(x) dx = \int_{500}^{550} (10 - 0.02x) dx = (10x - 0.01x^2) \Big|_{500}^{550} = -25$$

即在最大利润产量的基础上再生产 50 件, 利润将减少 25 元.....20 分