

电大资源网 11080 《工程数学》 国家开放大学期末考试题库 (558)

[笔试+一平台机考]

适用:【笔试+一平台机考】【试卷号: 11080】【课程号: 00490】

总题量 (558): 单选(188)判断(15)填空(198)计算题(118)证明题(39)

作者: 电大资源网: <http://www.dda123.cn/> (任何问题可微信留言, 搜微信: 905080280)

资料考前整理, 只供大家复习使用! 题库上次考试可用, 这次有可能改版, 如果科目改版资料对不上, 可以把科目名称发我微信, 可退回下载该改版科目的积分

ps: 如果把改版科目可用的题目拍照发微信可奖励 10-20 积分, 把最新版题库发微信可奖励 20-50 积分

单选(188)--电大资源网: <http://www.dda123.cn/> (微信搜: 905080280)

1、10 张奖券中含有 3 张中奖的奖券, 每人购买 1 张, 则前 3 个购买者中恰有 1 人中奖的概率为 () . D. $3 \times 0.7^2 \times 0.3$

2、A, B 都是 n 阶矩阵(n>1), 则下列命题正确的是 () . D. $|AB|=|A||B|$

3、A, B 为两个事件, 且 $B \subset A$, 则 $P(A+B) = ()$

已知 $P(B) > 0, A_1 A_2 = \emptyset$, 则 (C) 成立. D. $P(A)$

4、A, B 为两个事件, 则 () 成立. B. $(A+B) - B \subset A$

5、A 与 A 分别代表一个线性方程组的系数矩阵和增广矩阵, 若这个方程组无解, 则 () .

D. $\text{秩}(A) = \text{秩}(\bar{A}) - 1$

6、n 元线性方程组 $AX=b$ 有解的充分必要条件是 () .

A. $r(A) = r(A:b)$

7、X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	0.1	0.3	0.4	0.2

则 $P(X < 2) = ()$.

答案: D. 0.4

8、 $[37] = ()$.

$$\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

9、() , 已知时, 关于均若齐次线性方程组 $AX=0$ 只有零解, 则非齐次线性方程组 $AX=b$ 的解的情况是 () . C. 可能无解

10、乘积矩阵 $C=[1-2|-103]$ 中的元素 $c_{23} = ()$

乘积矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ 中元素 $c_{23} = ()$. 答: C. 10

11、乘积矩阵 $C=[1-214|-1035211]$ 中的元素 $c_{u} = ()$

乘积矩阵 $C = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ 中的元素 $c_{23} = ()$. C. 7

12、从数字 1, 2, 3, 4, 5 中任取 3 个, 组成没有重复数字的三位数, 则这个三位数是偶数的概率为 () . C. 0.4

13、袋中有 3 个红球, 2 个白球, 第一次取出一球后放回, 第二次再取一

球, 则两次都取到红球的概率是 () . D. $\frac{9}{25}$

14、对单正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 已知时, 关于均值 μ 的假设检验应采用 () .

对单正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 已知时, 关于均值 μ 的假设检验

A. U 检验法

15、对给定的正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本 (x_1, x_2, \dots, x_n) , σ^2 未知, 求 μ 的置信区间, 选用的样本函数服从 () .

对给定的正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本 (x_1, x_2, \dots, x_n) , σ^2 未知, 求 μ

的置信区间, 选用的样本函数服从 () .

t 分布

16、对来自正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ (μ 未知) 的一个样本 X_1, X_2, X_3 , 记

$-x = 1/3 \sum X_i$, 则下列各式中 () 不是统计量. ($i=1, 2, 3$)

对来自正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ (μ 未知) 的一个样本

X_1, X_2, X_3 , 记 $\bar{X} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 X_i$, 则下列各式中

() 不是统计量. ($i=1, 2, 3$)

$$\frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (X_i - \mu)^2$$

17、对于单个正态总体 $X \sim N$

(μ, σ^2) , σ^2 已知时, 关于均值 μ 关于均值 μ 的假设检验应采用 () .

答案: U 检验法

18、对于事件 A, B, 命题 () 是正确的.

C. 如果 A, B 对立, 则 \bar{A}, \bar{B} 对立.

19、对于随机事件 A, B, 下列运算公式 () 成立.

$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

20、对正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的假设检验问题中, U 检验解决的问题是 () . A.

已知方差, 检验均值

21、对正态总体方差的检验用的是 () . D. χ^2 检验法

22、二阶矩阵 $A=[11]5 = ()$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^5 = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (A)$$

23、方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$

线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ 解的情况是 (有无穷多解)

24、方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = a_1 \\ x_2 + x_3 = a_2 \end{cases}$ 相容的充分必要条件是 () , 其中

方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = a_1 \\ x_2 + x_3 = a_2 \\ x_1 + x_3 = a_3 \end{cases}$ 相容的充分必要条件是 () , 其中 $a_i \neq 0, i = 1, 2, 3$.

B. $a_1 + a_2 - a_3 = 0$

25、方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = a_1 \\ x_2 + x_3 = a_2 \\ x_1 + x_3 = a_3 \end{cases}$ 相容的充分必要条件是 () , 其中 $a_i \neq 0$,

$$\text{方程组} \begin{cases} x_1 - x_2 = a_1 \\ x_2 + x_3 = a_2 \\ x_1 + x_3 = a_3 \end{cases} \text{相容的充分必要条件是}$$

() 其中 $a_i \neq 0$,

$a_1 + a_2 - a_3 = 0$

26、方阵 A 可逆的充分必要条件是 () .

B. $|A| \neq 0$

27、函数 $y = x^2 + 2x - 7$ 在区间 $(-4, 4)$ 内满足 () .

A. 先单调下降再单调上升

28、函数 $y = 2 \sin x$ 的值域是 () .

B. $[-2, 2]$

29、矩阵 $A=[11]$ 的特征值为 0,2,则 $3A$ 的特征值为 ()

矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ 的特征值为 0,2, 则 $3A$ 的特征值为 ()

答案: B.0,6

30、矩阵 $A=[22]$ 的特征值为 ()。

3. 矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ 的特征值为 ()。 B. -1,4

31、矩阵 $A=[3-11]$,则 A 的对应于特征值 $\lambda=2$ 的一个特征向量 $\alpha=()$

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$, 则 A 的对应于特征值 $\lambda=2$ 的一个特征向

$\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

32、矩阵 $A=[3-3]$ 的特征值为 ()。

$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$ 的特征值为 ()。

D. 0,6

33、矩阵 A 适合条件 () 时,它的秩为 r 。

D.A 中线性无关的列有且最多达 r 列

34、矩阵 $[13]$ 的伴随矩阵为 ()

矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ 的伴随矩阵为 ()。

答: C. $\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

35、某购物抽奖活动中,每人中奖的概率为 0.3.则 3 个抽奖者中恰有 1 人中奖的概率为 ()。

A. $C_3^1 \times 0.7^2 \times 0.3$

36、某随机试验的成功率为 $p(0 < p < 1)$,则在 3 次重复试验中至少失败 1 次的概率为 ()。

D. $(1-p)^3 + p(1-p)^2 + p^2(1-p)$

37、如果 () 成立,则事件 A 与 B 互为对立事件。

C. $AB = \emptyset$ 且 $AB = U$

38、若 A, B 都是 n 阶矩阵,则下列运算关系正确的是 ()。

B. $|AB| = |BA|$

39、若 A, B 都是 n 阶矩阵,则等式 () 成立。

B. $|AB| = |BA|$

40、若 A, B 满足 () ,则 A 与 B 是相互独立。

P (AB) =P (A) P (B)

41、若 A, B 都是 n 阶可逆矩阵,则下列等式正确的是 ()。

B. $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

42、若 a_1, a_2, \dots, a_i 向量组线性无关,则齐次线性方程组 ()。

若 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 向量组线性无关, 则齐次线性方程组 $x_1 \alpha_1 + \dots + x_n \alpha_n = 0$

C.只有零解

43、若 $A=[1234]$

若 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, 则秩(A) = (1)

44、若 $A=[1234]$,则秩(A)= ()

若 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, 则秩(A) = (1)

秩(A) = (1)

45、若 $A=[12]$

若 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$, 则 $A^* = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

46、若 $A=[12]$,则 $A^* = ()$ 。

若 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$, 则

$A^* = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

47、若 A 是对称矩阵,则等式 () 成立。 B. $A^T=A$

48、若 A 为 3×4 矩阵, B 为 2×5 矩阵,且乘积 $AC'B'$ 有意义,则 C 为 () 矩阵. D. 5×4

49、若 n 元齐次线性方程组 $AX=0$ 满足 $r(A)=n$,则该线性方程组 () 成立. C. 有唯一解

50、若 n 元线性方程组 $AX=0$ 有非零解,则 () 成立。

$r(A) < n$

51、若 X_1, X_2 是线性方程组 $AX=B$ 的解而 η_1, η_2 是方程组 $AX=0$ 的解则 () 是 $AX=B$ 的解。

$\frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$

52、若 $X \sim N(2,4), Y=0$, 则 $Y \sim N(0,1)$ 。

C. $\frac{X-2}{2}$

53、若 $X \sim N(2,4), Y=(X-2)/2$, 则 $Y \sim N()$ 。

若 $X \sim N(2, 4)$, $Y = \frac{X-2}{2}$, 则 $Y \sim N(0, 1)$

54、若 $| -110 |$

若 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 5 & x-3 \end{vmatrix} = 0$, 则 $x = (3)$ 。

55、若 $| -110 | = 0$, 则 $x = ()$

若 $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 5 & x+2 \end{vmatrix} = 0$, 则 $x = ()$ 。

答案: D. -2

56、若 $| -110 | = 0$, 则 $x = ()$

若 $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 5 & x-2 \end{vmatrix} = 0$, 则 $x = ()$ 。

答: A.2

57、若 $|0001|=1$,则 $a=()$ 。

$$\text{若 } \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & a \end{vmatrix} = 1, \text{ 则 } a = \quad \text{A. } \frac{1}{2}$$

58、若 $()$ 成立,则 n 元线性方程组 $Ax=0$ 有唯一解。

A. $r(A) = n$

59、若函数 $f(x)$ 在点 x_0 。满足 $()$,则 $f(x)$ 在点 x_0 。连续。

A. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

60、若矩阵 A 的特征多项式 $|\lambda I - A| = |\lambda - 100|$,则 A 的特征值为 $()$ 。

$$|\lambda I - A| = \begin{vmatrix} \lambda - 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - 1 \end{vmatrix} \text{ 则 } A \text{ 的特征值为 } ()$$

答案: D. $\lambda_1 = 1$ (二重), $\lambda_2 = 0$

61、若某个非齐次线性方程组相应的齐次线性方程组只有零解,则该线性方程组 $()$ 。

C.可能无解

62、若某个线性方程组相应的齐次线性方程组只有零解,则该线性方程组 $()$ 。

A.可能无解

63、若事件 A, B 满足 $P(A)+P(B)>1$,则 A 与 B 一定 $()$ 。

A.不互斥

64、若事件 A, B 满足 $()$,则 A 与 B 是相互独立的。

C. $P(AB) = P(A)P(B)$

65、若事件 A 与 B 互斥,则下列等式中正确的是 $()$ 。

A. $P(A+B) = P(A) + P(B)$

66、若随机变量 $X \sim N(0,1)$,则随机变量 $Y = 3X - 2 \sim ()$ 。

B. $N(-2, 3^2)$

67、若随机变量 X 的期望和方差分别为 $E(X)$ 和 $D(X)$ 则等式 $()$ 成立。

D. $D(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

68、若随机变量 X 与 Y 相互独立,则方差 $D(2X-3Y) = ()$ 。

B. $4D(X) + 9D(Y)$

69、若随机事件 A, B 满足 $AB = \emptyset$,则结论 $()$ 成立。

A与 B 互不相容

70、若条件 $()$ 成立,则随机事件 A, B 互为对立事件。

$AB = \emptyset$ 且 $A+B=U$

71、若线性方程组 $AX=0$ 只有零解,则线性方程组 $AX=b$ $()$ 。

可能无解

72、若向量组 a_1, a_2, \dots, a_n 线性相关,则向量组内 $()$ 可被该向量组内其余向量线性表出。

C.至少有一个向量

73、三阶行列式 $|120|$ 的余子式 $M_{23} = ()$ 。

[B]: $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$

74、设 A, B, C 均为 n 阶可逆矩阵,则 $(ACB)^{-1} = ()$ 。

D. $(B^{-1})'C^{-1}A^{-1}$

75、设 A, B, C 均为 n 阶可逆矩阵,则下列等式成立的是 $()$ 。

A. $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

76、设 A, B, P 为阶矩阵,若等式 $()$ 成立,则称 A 和 B 相似。

C. $PAP^{-1} = B$

77、设 A, B 都是 n 阶方阵,则下列等式中正确的是 $()$ 。

C. $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

78、设 A, B 都是 n 阶方阵,则下列等式中正确的是 $()$ 。

A.特征值

79、设 A, B 都是 n 阶方阵,则下列等式中正确的是 $()$ 。

C. $|AB| = |A||B|$

80、设 A, B 都是 n 阶方阵,则下列命题正确的是 $()$ 。

$|AB| = |A||B|$

81、设 A, B 都是 n 阶方阵,则下列命题中正确的是 $()$ 。

A. $(A+I)(A-I) = A^2 - I$

82、设 A, B 都是 n 阶可逆方阵,则下列等式中正确的是 $()$ 。

B. $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

83、设 A, B 均为 n 阶方阵, $k > 0$ 且 $k \neq 1$,则下列等式正确的是 $()$

D. $|-kA| = (-k)^n |A|$

84、设 A, B 均为 n 阶方阵,满足 $AB=BA$,则下列等式不成立的是 $()$ 。

A. $|A+B| = |A+B|$

85、设 A, B 均为 n 阶方阵,则下列结论正确的是 $()$

C.若 x 既是 A ,又是 B 的特征向量,则必是 $A+B$ 的特征向量

86、设 A, B 均为 n 阶方阵,则下列命题中正确的是 $()$ 。

C. $AB=AB$

87、设 A, B 均为 n 阶方阵,则下列命题中正确的是 $()$ 。

C. $|AB| = |A||B|$

88、设 A, B 均为 n 阶可逆矩阵,则下列等式成立的是 $()$

D. $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

89、设 A, B 均为 n 阶可逆矩阵,则下列等式成立的是 $()$ 。

$(AB)^{-1} = \frac{1}{|BA|}$

90、设 A, B 均为 n 阶可逆矩阵,则下列运算关系正确的是 $()$

B. $(AB)^{-1} = |BA|^{-1}$

91、设 A, B 是两个随机事件,则下列等式中不正确的是 $()$ 。

B. $P(AB) = P(A)P(B)$

92、设 A, B 是两个随机事件,则下列等式中正确的是 $()$ 。

B. $P(A) = 1 - P(\bar{A})$

93、设 A, B 是两个相互独立的事件,

已知 $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}$, 则 $P(A+B) = \frac{2}{3}$

94、设 A, B 是两事件,则下列等式中 $()$ 是不正确的。

$P(AB) = P(A)P(B)$, 其中 A, B 互不相容

95、设 A, B 是两事件,则下列等式中 $()$ 是不正确的。

A. $P(AB) = P(A)P(B|A)$, 其中 $P(A) \neq 0$ 。

96、设 A, B 为 n 阶矩阵, λ 既是 A 又是 B 的特征值, x 既是 A 又是 B 的特征向量,则结论 $()$ 成立。

A. x 是 $A+B$ 的特征向量

97、设 A, B 为 n 阶矩阵,则下列等式成立的是 $()$ 。

$|AB| = |BA|$

98、设 A,B 为 n 阶矩阵,则下列等式成立的是 ()。

(A+B)' = A' + B'

99、设 A,B 为两个随机事件,下列事件运算关系正确的是 ()。

C. $B = BA + B\bar{A}$

100、设 A,B 为三阶可逆矩阵,且 k>0,则下式 () 成立。

B. $|AB| = |A| |B|$

101、设 A,B 为随机事件,下列等式成立的是 ()。

D. $P(A-B) = P(A) - P(AB)$

102、设 A,B 是两个随机事件,则下列等式中不正确的是 ()。

B. $P(AB) = P(A)P(B)$

103、设 A,B 为 n 阶矩阵,λ 既是 A 又是 B 的特征值,α 既是 A 又是 B 的属于 λ 的特征向量,则结论 () 正确。

D. α 是 A+B 的特征向量

104、设 A=(12), B=(-13), I 是单位矩阵,则 A'B-I= ()。

C. $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$

105、设 A=[12], B=[-120], 则(A+B)'= ()

C. $\begin{bmatrix} 0 & 6 & -3 \\ 5 & -1 & 8 \end{bmatrix}$

106、设 A=[15], 那么 A 的特征值是 ()。

设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$, 那么 A 的特征值是 ()。

答案: A. -4, 6

107、设 A 是 m×n 矩阵,是 s×t 矩阵,且 AC'B 有意义,则 C 是 () 矩阵。

s×n

108、设 A 是 n×s 矩阵, B 是 m×s 矩阵,则下列运算中有意义的是 ()

109、设 A 是 n 阶方阵,当条件 () 成立时, n 元线性方程组 AX=b 有唯一解。 --> $r(A) = n$

110、设 A 为 n 阶方阵,则下列命题中不正确的是 ()。

D. A 与 2A 有相同的特征值

111、设 A 与 A 分别代表非齐次线性方程组 AX=B 的系数矩阵和增广矩阵,若这个方程组无解,则(A)。

A. $r(A) = r(\bar{A}) - 1$

112、设 A 与[A:B]分别代表非齐次线性方程组 AX=B 的系数矩阵和增广矩阵,若这个方程组有解,则 ()。

A. $r(A) = r([A: B])$

113、设 f(x)为连续型随机变量的密度函数,则对任意的

$a, b (a < b), E(X) = ()。$

答: A. $\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$

114、设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ (μ, σ^2 均未知) 的样本, 则 () 是统计量。

设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ (μ, σ^2 均未知) 的样本,

则 () 是统计量。 x_1

115、设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, 则 () 是 μ 无偏估计。

设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, 则

() 是 μ 无偏估计。

$(\frac{1}{5}x_1 + \frac{1}{5}x_2 + \frac{3}{5}x_3)$

116、设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$

设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ (μ, σ^2 均未知) 的样本, 则 () 是统计量。

答: A. x_1

117、设 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, 则 () 是统计量。

C. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

118、设 x_1, x_2, x_3 是来自正态总体

设 x_1, x_2, x_3 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ (μ, σ^2 均未知) 的样本, 则统计量 () 不是 μ 的无偏估计。

答: D. $x_1 - x_2 - x_3$

119、设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(5, 1)$ 的样本, 则检验假设

$H_0: \mu=5$ 采用统计量 $U = ()$

设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(5, 1)$ 的样本, 则检验假设

$H_0: \mu = 5$ 采用统计量

$U = (\frac{\bar{x} - 5}{1/\sqrt{n}})$

120、设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma)$ 的样本, 则 () 是无偏估计。

$\frac{1}{5}x_1 + \frac{1}{5}x_2 + \frac{3}{5}x_3$

121、设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 N

$N(\mu, \sigma^2)$ (μ, σ^2 均未知) 的样本, 则 (x_1) 是统计量。

122、设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(5, 1)$ 的样本, 则检验假设

$H_0: \mu=5$ 时, 采用统计量 $U = ()。$

答案: A. $\frac{\bar{x} - 5}{1/\sqrt{n}}$

123、设 X_1, X_2 为线性方程组 $AX=B$ 的两个解, 则下列向量中 () 一定是 $AX=B$ 的解

D. $2X_2 - X_1$

124、设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ (μ, σ^2 均未知) 的样本, 则 () 是统计量。

设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ (μ, σ^2 均未知) 的样本, 则 () 是统计量。

C. x_1

125、设 $X \sim [0123]$, 则 $P(X < 2) = ()。$

设 $X \sim \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0.1 & 0.3 & 0.4 & 0.2 \end{bmatrix}$, 则 $P(X < 2) = 0.4$

126、设 $X \sim N(1, 2^2)$, 则随机变量 () $\sim N(0, 1)$ 。

D. $\frac{X-1}{2}$

127、设 $X \sim |0123|$

设 $X \sim \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0.1 & 0.3 & 0.4 & 0.2 \end{bmatrix}$, 则 $P(X < 2) = (0.4)$

128、设 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	0.1	0.3	0.4	0.2

则 $P(X < 2) = ()$ 。

答案: **B. 0.4**

129、设 X 是随机变量 $D(X) = \sigma^2$, 则 $D(aX+b) = (A)$ 。

设 X 是随机变量, $D(X) = \sigma^2$,
 设 $Y = aX + b$, 则 $D(Y) = (A)$ 。
A. $a^2\sigma^2$

130、设 X 为随机变量, $E(X) = \mu$

设 X 为随机变量, $E(X) = \mu, D(X) = \sigma^2$, 当 $()$ 时,
 有 $E(Y) = 0, D(Y) = 1$ 。

答: **C. $Y = \frac{X - \mu}{\sigma}$**

131、设 X 为随机变量, 则 $D(2X-3) = ()$ 。

D. $4D(X)$

132、设 $|a_1 a_2 a_3| = 2$, 则 $|a_1 a_2 a_3| =$

设 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 2$, 则 $\begin{vmatrix} 2a_1 - 3b_1 & 2a_2 - 3b_2 & 2a_3 - 3b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} =$ **D. -6**

133、设 $|a_1 a_2 a_3| = 2$, 则

设 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 2$, 则 $\begin{vmatrix} 3a_1 - b_1 & 3a_2 - b_2 & 3a_3 - b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = (-2)$

134、设袋中有 3 个红球, 2 个白球, 第一次取出一球后放回, 第二次再取一球, 则两次都取到白球的概率是 $()$ 。

B. $\frac{4}{25}$

135、设袋中有 3 个红球, 2 个白球, 现从中随机抽取 2 个球, 则 2 个球恰好不同色的概率是 $()$ 。

A. $3/5$

136、设袋中有 6 只红球, 4 只白球, 从其中不放回地任取两次, 每次取 1 只, 则两次都取到红球的概率是 $()$ 。

答案: A

137、设方阵 A 可逆, 则下列命题中不正确的是 $()$ 。

B. 线性方程组 $AX=0$ 必有非零解

138、设函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 则函数 $f(x)+f(-x)$ 的图形关于 $()$ 对称。

C. y 轴

139、设矩阵 $A=[1-1, -11]$ 的特征值为 0, 2, 则 $3A$ 的特征值为 $()$

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ 的特征值为 0, 2, 则 $3A$ 的特征值为

0, 6

140、设矩阵 $A=[3-11]$

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$, 则 A 的对应于特征值 $\lambda=2$ 的一个特征向量

$\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

141、设矩阵 $|\lambda I - A| = |\lambda - 100|$ 的特征多项式

$|\lambda I - A| = \begin{vmatrix} \lambda - 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda - 2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - 3 \end{vmatrix}$ 则 A 的特征值为 $()$

D. $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3$

142、设连续型随机变量 $f(x)$ 的密度函数为,

分布函数为 $F(x)$, 则对任意的区间 (a, b) , 则 $P(a < X < b) = ()$ 。

D. $\int_a^b f(x) dx$

143、设齐次线性方程组的系数矩阵 $A=[1-1]$, 则当 $\lambda = ()$ 时, 该线性方程组有非零解。

2. 设齐次线性方程组的系数矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ \lambda & 1 \end{bmatrix}$, 则当 $\lambda = ()$ 时, 该线性方程组有非零解。

C. -1

144、设随机变量 X , 则下列等式中不正确的是 $()$ 。

A. $E(2X + 1) = 2E(X)$

145、设随机变量 $X \sim B(n, p)$,

且 $E(X) = 4.8, D(X) = 0.96$, 则参数 n 与 p 分别是 $()$

答: **A. 6, 0.8**

146、设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 且, 则参数与分别是 (A) 。

设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 且 $E(X) = 0, D(X) = 4$,

则参数 μ 与 σ 分别是 **(A. 0, 2)**。

147、设线性方程组 $AX=B$ 的两个解 X_1, X_2 , 则下列向量中 $()$ 一定是 $AX=0$ 的解。

B. $X_1 - X_2$

148、设线性方程组 $AX=b$ 有惟一解, 则相应的齐次方程组 $Ax=0$ $()$ 。

A. 只有 0 解

149、设向量组为 α_1

设向量组为 $\alpha_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \alpha_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \alpha_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \alpha_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, 则 $()$ 是极大无关组。

答: **B. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$**

150、随机变量若 $X \sim B$

随机变量 $X \sim B(3, \frac{1}{2})$, 则 $P(X \leq 2) = (\frac{7}{8})$

151、下列各函数对中, $()$ 中的两个函数相等。

B. $f(x) = (\sqrt{x})^2, g(x) = x$

152、下列函数在区间上单调递增的是 $()$ 。

A. x^3

153、下列函数中为幂函数的是 () .

B. $y = x^{\sqrt{2}}$

154、下列函数中为奇函数是 () .

B. $y = x \cos x$

155、下列极限计算不正确的是 () .

D. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$

156、下列结论正确的是 () .

A. 若 A 是正交矩阵, 则 A^{-1} 也是正交矩阵

157、下列命题正确的是 () .

C. 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s, 0$ 的秩至多是 s

158、下列命题中不正确的是 () .

A 的特征向量的线性组合仍为 A 的特征向量

159、下列事件运算关系正确的是 ()

$B = BA + \bar{B}A$

160、下列数组中, () 中的数组可以作为离散型随机变量的概率分布.

$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{3}{16}$

161、线性方程组 $\{x_1+2x_2+3x_3=2$ ()

线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ x_1 - x_3 = 6 \\ -3x_2 + 3x_3 = 4 \end{cases}$ () .

答: B.有唯一解

162、线性方程组 $\{X_1+2X_2=0$

$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 = 1 \end{cases}$ 的解的情况是() .

答案: D.无解

163、线性方程组 $\{x_1+x_2=1, x_2+x_3=0$ 解的情况是 () .

线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ 解的情况是 ()

有无穷多解

164、向量组 $a_1=[1,0,-2],$

$a_2=[2, 3, 5], a_3=[1, 2, 1]$, 则 $2a_1+a_2-3a_3 = ([1, -3, -2])$

165、向量组 $a_1=[1,0], a_2=[0,1], a_3=[0,0]$ 的极大线性无关组是 () .

A. α_1, α_2

166、向量组 $a_1=[123]'$

$, a_2=[2 2 4], a_3=[1 1 2], a_4=[2 3 5]'$ 的一个极大无关组可取为 α_1, α_2

167、向量组 $[1],[2],[3],[1]$ 的秩是 () .

向量组 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ 的秩是 () .

答案: C.3

168、向量组 $[1][0][0][1][3]$ 的秩是 () .

向量组 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ 的秩为 () .

答: A.3

169、向量组 $[1][1][0][2]$ 的秩是 () .

向量组 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 7 \end{bmatrix}$ 的秩是 () .

答案: D.3

170、向量组 $[1][1][1][1]$ 的秩是 () .

向量组 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 的秩是 (4)

171、向量组 $a_1=[123]', a_2=[224]', a_3=[112]', a_4=[235]'$ 的一个极大无关组可取为 () .

向量组

$\alpha_1=[1 2 3]', \alpha_2=[2 2 4]', \alpha_3=[1 1 2]', \alpha_4=[2 3 5]'$ 的一个极大无关组可取为 () .

α_1, α_2

172、向量组 $a_1=[1,0,-2], a_2=[2,3,5], a_3=[1,2,1]$, 则 $2a_1+a_2-3a_3 = ([1, -3, -2])$

173、已知 2 维向量组 a_1, a_2, a_3, a_4

则 $r(a_1, a_2, a_3, a_4)$ 至多是 (2) .

174、已知 $A=[101]$

已知 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -a & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$, 若 $AB = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$, 则 $a = (-1)$.

175、已知 $P(B)>0, A_1A_2=$, 则(C)成立.

已知 $P(B) > 0, A_1A_2 = \emptyset$, 则 (C) 成立.

C. $P(A_1 + A_2|B) = P(A_1|B) + P(A_2|B)$

176、已知 $X \sim N(2, 2^2)$, 若 $aX + b \sim N(0, 1)$, 那么 ()

$(a = \frac{1}{2}, b = -1)$

177、已知矩阵 $A=[22]$ 的特征值为 $-1, 4$, 则

已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ 的特征值为 $-1, 4$, 则 A^{-1} 的特征值为 () .

A. $-1, \frac{1}{4}$

178、已知可逆矩阵 A 的特征值为 $-3, 5$, 则 A^{-1} 的特征值为 () .

D. $-\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$

179、已知总体 $X \sim N$

$(\mu, \sigma^2), \sigma^2$ 未知, 检撞总体期望采用 () .

答案: A. t 检验法

180、以下结论正确的是 () .

D.齐次线性方程组一定有解

181、用消元法得 $\{X_1+2X_2-4X_3=1$ 的解

用消元法得 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 1 \\ x_2 + x_3 = 0 \\ -x_3 = 2 \end{cases}$ 的解 $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ 为 () .

答: C. $[-11, 2, -2]^T$

182、在对单正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的假设检验问题中, T 检验法解决的问题是 () .

B.未知方差, 检验均值

183、在下列函数中可以作为分布密度函数的是 () .

B. $f(x) = \begin{cases} \sin x, & 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

184、在下列指定的变化过程中, () 是无穷小量.

A. $x \sin \frac{1}{x} (x \rightarrow 0)$

185、掷两颗均匀的骰子,事件“点数之和为 3”的概率是 ()

B. $\frac{1}{18}$

186、掷两颗均匀的骰子,事件“点数之和为 4”的概率是 () .

C. $\frac{1}{12}$

187、掷两颗均匀的骰子,事件“点数之和为 2”的概率是 ()

A. $\frac{1}{36}$

188、掷两颗均匀的骰子,事件“点数之和为 5”的概率是 () .

C. $\frac{1}{9}$

判断(15)--电大资源网: <http://www.dda123.cn/> (微信搜: 905080280)

1、当 $\lambda=1$ 时, 线性方程组 $\{x_1+x_2=0$

当 $\lambda=1$ 时, 线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 - \lambda x_2 = 0 \end{cases}$ 只有零解. (V)

2、非齐次线性方程组 $AX=B$ 相容的充分必要条件是

非齐次线性方程组 $AX=B$ 相容的充分必要条件是 $r(A)=r(A:B)$. (V)

3、若 a,b 事件相互独立, 且, 则.

若 A, B 事件相互独立, 且 $P(A)=0.4, P(B)=0.5$, 则 $P(A+B)=0.7$. (V)

4、若 $x \sim N$

若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $\frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$. (X)

5、若 [12a] 为对称矩阵, 则 $a=-3$.

若 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & a \\ 2 & 1 & -3 \\ 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ 为对称矩阵, 则 $a=-3$. (X)

6、若向量组 a_1, a_2, \dots, a_i 线性无关, 则 a_1, a_2 也线性无关.

若向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_i$ 线性无关, 则 α_1, α_2 也线性无关. (V)

7、设 $A=[336]$, 则 $1/3A=[112]$

设 $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 6 \\ 0 & 6 & 0 \\ 6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, 则 $\frac{1}{3}A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. (V)

8、设 A 是 n 阶方阵, 则 A 可逆的充要条件是 $r(A) = n$. -->对

9、设 A 是对角矩阵, 则 $A=A'$. -->对

10、设 A 是三阶矩阵, 且 $r(A) = 3$, 则线性方程组 $AX=B$ 有唯一解. -->对

11、设 X_1, X_2 是来自正态总体的容量为 2 的样本,

设 X_1, X_2 是来自正态总体 $N(\mu, 1)$ 的容量为 2 的样本,

其中 μ 为未知参数, 则 $\frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{2}X_2$ 是 μ 的无偏估计. (X)

12、设连续型随机变量 X 的密度函数是 f(x), 则

设连续型随机变量 X 的密度函数是 f(x),

则 $P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$. (V)

13、特征向量必为非零向量. -->对

14、行列式的两行对换, 其值不变. -->错

15、掷两颗均匀的骰子, 事件“点数之和为 3”的概率是.

掷两颗均匀的骰子, 事件“点数之和为 3”的概率是 $\frac{1}{12}$. (X)

填空(198)--电大资源网: <http://www.dda123.cn/> (微信搜: 905080280)

1、A, B 为两个事件

A, B 为两个事件, 且 $B \subset A$, 则 $P(A+B) = P(A)$.

2、 $E[(X-E(X))(Y-E(Y))]$ 称为二维随机变量的(协方差).

3、 $P(A)=0.2, P(B)=0.3$, 且 A 与 B 互不相容, 则 $P(A+B) =$ () .

答案: 0.5

4、 $[-111]$ 是关于的一个一次多项式, 则该多项式一次项的系数是 ()

$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & x \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$ 是关于 x 的一个一次多项式, 则该多项式一次项的系数是 2

5、 $[2-10] =$ ()

$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$ _____ 答: -7

6、 $[2-10] =$ ()

$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} =$ -7

7、[41]

$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$

8、 $\lambda =$ () 时, 方程组有无穷多解.

$\lambda =$ _____ 时, 方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ -x_1 - \lambda x_2 = -1 \end{cases}$ 有无穷多解.

答案: 1

9、比较估计量好坏的两个重要标准是 () , () .

答: 无偏性、有效性

10、不含未知参数的样本函数称为 ()

统计量

11、参数估计的两种方法是 () 和 ()。常用的参数点估计有 () 和 () 两种方法。

答：点估计、区间估计、矩估计法、最大似然估计

12、乘积矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ 中元素C23= ()

乘积矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ 中元素C23= ()。
答案：10

13、从数字 1,2,3,4,5 中任取 3 个,组成没有重复数字的三位数,则这个三位数是偶数的概率为 ()

答： $\frac{2}{5}$

14、袋中有 3 个红球,2 个白球,第一次取出一球后放回,第二次再取一球,则两球都是红球的概率是 ()。

答案： $\frac{9}{25}$

15、当 $\lambda=0$ 时,矩阵

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & -1 & -5 & -4 \\ 0 & 2 & -4 & \lambda \end{bmatrix} \text{的秩最小.}$$

16、当 $\lambda=$ () 时,方程组 $x_1+x_2=1$ 有无穷多解。

当 $\lambda=1$ 时, 方程组 $\begin{cases} x_1+x_2=1 \\ -x_1-\lambda x_2=-1 \end{cases}$ 有无穷多解。

17、当 $\lambda=$ () 时,方程组 $\{x_1+x_2=1$ 有无穷多解。

当 $\lambda=$ _____ 时, 方程组 $\begin{cases} x_1+x_2=1 \\ -x_1+\lambda x_2=-1 \end{cases}$ 有无穷多解。

-1

18、当 $\lambda=$ () 时,方程组 $\{x_1-x_2=1$ 有无穷多解。

$$\begin{cases} x_1-x_2=1 \\ \vdots \\ -2x_1+\lambda x_2=-2 \end{cases} \text{有无穷多解。}$$

答案：2

19、当 $\lambda=$ () 时,非齐次线性方程组 $\{x_1+\lambda x_2=1$ 有无穷多解。

当 $\lambda=$ _____ 时, 非齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1+\lambda x_2=1 \\ x_1-x_2=1 \end{cases}$ 有无穷多解。

答案：-1

20、当 $\lambda=$ () 时,非齐次线性方程组 $\{x_1+\lambda x_2=1$ 有无穷多解。

-2

当 $\lambda=$ _____ 时, 非齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1+\lambda x_2=1 \\ 3x_1-6x_2=3 \end{cases}$ 有无穷多解。

21、当 $\lambda=$ () 时,矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & -1 & -5 & -4 \\ 0 & 2 & -4 & \lambda \end{bmatrix}$ 的秩最小。

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & -1 & -5 & -4 \\ 0 & 2 & -4 & \lambda \end{bmatrix} \text{的秩最小.}$$

答案:0

22、当 $\lambda=$ () 时,齐次线性方程组 $\{x_1+x_2=0$ 有非零解。

当 $\lambda=-1$ 时, 齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_2=0 \\ \lambda x_1+x_2=0 \end{cases}$ 有非零解。

23、当 $\lambda=$ () 时,齐次线性方程组 $\{x_1-x_2=0$ 有非零解。

$$\begin{cases} x_1-x_2=0 \\ x_1+\lambda x_2=0 \end{cases} \text{有非零解.}$$

答案：7 - 1

24、当 $\lambda=$ () 时,齐次线性方程组 $\{x_1-x_2=0$ 有非零解。

当 $\lambda=$ _____ 时, 齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1-x_2=0 \\ x_1+\lambda x_2=0 \end{cases}$ 有非零解。

答案：-1

25、当 $\lambda=$ () 时, 非齐次线性方程组 $\{x_1+\lambda x_2=1$ 有无穷多解。

-2

当 $\lambda=$ _____ 时, 非齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1+\lambda x_2=1 \\ 3x_1-6x_2=3 \end{cases}$ 有无穷多解。

26、二阶矩阵 $A=[11]$

$$\text{二阶矩阵 } A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^5 = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

27、含有零向量的向量组一定是线性 () 的。

相关

答:

28、假设检验中的显著性水平 α 为事件

事件 $|\bar{x}-\mu_0|>u$ (u 为临界值) 发生的概率。

29、矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ 的秩为 ()。

$$\text{矩阵 } \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \text{的秩为 } (2).$$

答案：2

30、矩阵 $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 4 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 3 \end{bmatrix}$ 的秩为 ()

$$\text{矩阵 } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 4 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 3 \end{bmatrix} \text{的秩为 } (2).$$

31、矿砂的 5 个样本中,经测得基铜含量为

x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 (百分数), 设铜含量服从

$N(\mu, \sigma^2), \sigma^2$ 未知, 在 $\alpha=0.01$ 下, 检验 $\mu=\mu_0$, 则取统计

量 ()。

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{5}}$$

答案:

32、评价估计量好坏的两个重要标准是 () 和有效性。

无偏性

33、齐次线性方程组的系数矩阵经初等行变换化为

$$A \rightarrow \dots \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ 则方程组的一般解为 } \begin{cases} x_1 = -2x_3 - x_4 \\ x_2 = 2x_4 \end{cases} (x_3, x_4 \text{ 是自由未知量})$$

34、如果参数 θ 的估计量 $\hat{\theta}$ 满足 () , 则称 $\hat{\theta}$ 是参数 θ 的无偏估计量.

$$E(\hat{\theta}) = \theta$$

35、如果参数 θ 的估计量 $\hat{\theta}$ 满足 $E(\hat{\theta}) = \theta$, 则称 $\hat{\theta}$ 为 θ 的 ()

. 如果参数 θ 的估计量 $\hat{\theta}$ 满足 $E(\hat{\theta}) = \theta$, 则称 $\hat{\theta}$ 为 θ 的 _____

答: 无偏估计

36、如果随机变量 $X \sim B(20, 0.3)$, 则 $E(X) = ()$.

答: 6

37、如果随机变量 x 的期望 $E(X) = 2$

$$, E(X^2) = 9, \text{ 那么 } D(2X) = \underline{20}.$$

38、如果随机变量 X 的期望 $E(X) = 2, E(X^2) = 9$, 那么 $D(X) = ()$.

答案: 5

39、如果随机变量 X 的期望 $E(X) = 2, E(X^2) = 9$, 那么 $D(2X) = ()$

答: 20

40、若 3 阶方阵 $A = [100]$, 则 $|A^2 - I| = ()$.

$$\text{若 3 阶方阵 } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 6 \end{bmatrix}, \text{ 则 } |A^2 - I| = \underline{\quad\quad\quad}.$$

答案: 0

41、若 3 阶方阵 $A = [102]$, 则 $|A^2 + A| = ()$.

$$\text{若 3 阶方阵 } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \text{ 则 } |A^2 + A| = \underline{\quad\quad\quad}.$$

答案: 0

42、若 $A = [1a]$ 为正交矩阵, 则 $a = ()$.

$$\text{若 } A = \begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ 为正交矩阵, 则 } a = \underline{\quad\quad\quad}.$$

43、若 A 为 3×4 矩阵, B 为 2×5 矩阵, 则乘积 $AC'B'$ 有意义, 则 C 为 () 矩阵.

答: 5×4

44、若 n 元线性方程组 $AX = 0$ 满足

$$r(A) < n, \text{ 则该线性方程组有非零解.}$$

45、若 n 元线性方程组 $AX = 0$ 满足 $r(A) < n$, 则该线性方程组 () 有非零解.

46、若 $P(A) = 0.3, P(B) = 0.4$, 且事件 A 与 B 互不相容, 则 $P(A+B) = ()$

答: 0.7

47、若 $P(A) = 0.4, P(B) = 0.3$, 且事件 A, B 相互独立, 则 $P(A+B) = ()$

0.58

48、若 $P(A) = 0.7, P(B) = 0.8$, 且 A, B 相互独立,

则 $P(AB) = ()$. --> 答案: 0.56

49、若 $P(A) = 0.7, P(B) = 0.8$, 且 A, B 相互独立, 则 $P(AB) = ()$

答案: 0.56

50、若 $P(A) = 0.7, P(B) = 0.8$, 且事件 A, B 相互独立, 则 $P(AB) = ()$

答: 0.24

51、若 $P(A) = 0.7, P(B) = 0.8$, 且事件 A, B 相互独立, 则 $P(AB) = ()$

0.14

52、若 $P(A) = 0.7, P(B) = 0.8$, 且事件 A, B 相互独立, 则 $P(AB) = ()$

若 $P(A) = 0.7, P(B) = 0.8$, 且事件 A, B 相互独立, 则 $P(\bar{A}\bar{B}) = \underline{\quad\quad\quad}$

答: 0.06

53、若 $P(A) = 0.8, P(AB) = 0.3$, 则 $P(\bar{A}\bar{B}) = ()$.

若 $P(A) = 0.8, P(\bar{A}\bar{B}) = 0.3$, 则 $P(AB) = \underline{\quad\quad\quad}$.

答案: 0.5

54、若 $P(A) = 0.8, P(\bar{A}\bar{B}) = 0.5$, 则 $P(AB) = ()$

若 $P(A) = 0.8, P(\bar{A}\bar{B}) = 0.5$, 则 $P(AB) = \underline{\quad\quad\quad}$

答案: = 0.3

55、若 $P(A+B) = 0.7, P(\bar{A}\bar{B}) = 0.2, P(A\bar{B}) = 0.3$, 则 $P(AB) =$.

若 $P(A+B) = 0.7, P(\bar{A}\bar{B}) = 0.2, P(A\bar{B}) = 0.3$, 则 $P(AB) = \underline{\quad\quad\quad}$.

答案: 0.2

56、若 $P(A+B) = 0.9, P(\bar{A}\bar{B}) = 0.3, P(A\bar{B}) = 0.4$, 则 $P(AB) = ()$

若 $P(A+B) = 0.9, P(\bar{A}\bar{B}) = 0.3, P(A\bar{B}) = 0.4$, 则 $P(AB) = \underline{\quad\quad\quad}$.

答案: 0.2

57、若 $P(A+B) = 0.9, P(\bar{A}\bar{B}) = 0.1, P(A\bar{B}) = 0.5$, 则 $P(AB) = ()$

若 $P(A+B) = 0.9, P(\bar{A}\bar{B}) = 0.1, P(A\bar{B}) = 0.5$, 则 $P(AB) = \underline{\quad\quad\quad}$.

答案: 0.3

58、若 $P(A+B) = 0.9, P(\bar{A}\bar{B}) = 0.3, P(A\bar{B}) = 0.5$, 则 $P(AB) =$.

若 $P(A+B) = 0.9, P(\bar{A}\bar{B}) = 0.3, P(A\bar{B}) = 0.5$, 则 $P(AB) = \underline{\quad\quad\quad}$.

答案: 0.1

59、若 $r(A) = 1$, 则 3 元齐次线性方程组 $AX = 0$ 的一个基础解系中含有 _____ 个解向量.

若 $r(A) = 1$, 则 3 元齐次线性方程组 $AX = 0$ 的一个基础解系中含有 _____ 个解向量.

答案: 2

60、若 $X \sim B(100, 0.4)$, 则 $D(X) = ()$

若 $X \sim B(100, 0.4)$, 则 $D(X) = ()$. 答案: 24

61、若 $X \sim B(20, 0.3)$, 则

若 $X \sim B(20, 0.3)$, 则 $E(X) = \underline{6}$.

62、若 $X \sim N(\mu, \sigma)$

若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(|X - \mu| \leq 3\sigma) = \underline{2\Phi(3)}$.

63、若 λ 是 A 的特征值, 则 λ 是方程

若 λ 是 A 的特征值, 则 λ 是方程 $|\lambda I - A| = 0$ 的根.

64、若参数 θ 的估计量 $\hat{\theta}$ 满足 $E(\hat{\theta}) = \theta$, 则称 $\hat{\theta}$ 为 θ 的 ()

答: 无偏估计

65、若参数 θ 的两个无偏估计量 θ_1 和 θ_2 满足 $D(\theta_1) > D(\theta_2)$, 则称 θ_2 比 θ_1 更 ()

若参数 θ 的两个无偏估计量 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 满足 $D(\hat{\theta}_1) > D(\hat{\theta}_2)$, 则称 $\hat{\theta}_2$

比 $\hat{\theta}_1$ 更有效.

66、若参数的两个无偏估计量 1 和 2 满足, 则称. 1 比 2 更有效.

若参数 θ 的两个无偏估计量 θ_1 和 θ_2 满足 _____, 则称

答案: $D(\theta_1) < D(\theta_2)$

67、若二维随机变量 (X, Y) 的相关系数, 则称 X, Y () .

若二维随机变量 (X, Y) 的相关系数 $\rho_{X, Y} = 0$, 则称 X, Y () .

答案: 不相关

68、若方阵 A 满足 () , 则 A 是对称矩阵.

$A = A'$

69、若三阶方阵 $A = [100]$, 则 $|A - I| =$ () .

若三阶方阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 6 \end{bmatrix}$, 则 $|A - I| =$ _____

答案: 0

70、若事件 A, B 满足 AB , 则 $P(A - B) =$.

若事件 A, B 满足 $A \supset B$, 则 $P(A - B) =$ _____ .

答案: $P(A) - P(B)$

71、若事件 A, B 相互独立, 且

$P(A) = p, P(B) = q$, 则 $P(A + B) = p + q - pq$.

72、若随机变量 $X \sim N(5, 16)$, 则 $Y =$ () $\sim N(0, 1)$.

$\frac{X - 5}{4}$

73、若随机变量 $x \sim U[0, 2]$, 则 $D(X) =$ () $\frac{1}{3}$.

74、若线性方程组 $AX = B (B \neq 0)$ 有唯一解, 则相应的齐次方程组 $AX = 0$ () .

只有零解

75、若线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$ 有非零解, 则 $\lambda =$ ()

若线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$ 有非零解, 则 $\lambda =$ () .

答案: -1

76、若线性方程组的增广矩阵为 $A =$

$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & \lambda & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$, 则当 $\lambda =$ ($\frac{1}{2}$) 时线性方程组有无穷多解.

77、若向量组: $\alpha_1 = [2]$

$\alpha_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \alpha_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \alpha_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k-2 \end{bmatrix}$, 能构成 R^3 一个基, 则数 $k \neq 2$.

78、若行列式 $[0001] = 2$, 则 $a =$ ()

$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & a \end{vmatrix} = 2$

若行列式 _____, 则 $a =$ () .

答案: 1

79、若样本 x_1, x_2, \dots, x_n 来自总体 $X \sim N(0, 1)$, 且 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, 则 $\bar{x} \sim$ ()

若样本 x_1, x_2, \dots, x_n 来自总体 $X \sim N(0, 1)$, 且 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, 则

$\bar{x} \sim N(0, \frac{1}{n})$

80、设 4 元线性方程组 $AX = B$ 有解且 $r(A) = 1$, 那么 $AX = B$ 的相应齐次方程组的基础解系含有 () 个解向量

答案: 3

81、设 A, B, C, D 均为 n 阶矩阵, 其中 B, C 可逆, 则矩阵方程

$A + BXC = D$ 的解 $X = B^{-1}(D - AC)^{-1}$

82、设 A, B, C, D 均为 n 阶矩阵, 其中 B, C 可逆, 则矩阵方程 $A + BXC = D$ 的解 $X =$ ()

$X = B^{-1}(D - A)C^{-1}$

83、设 A, B, C 是三个事件, 那么 A 发生, 但 B, C 至少有一个不发生的事件表示为 ()

$A(\bar{B} + \bar{C})$

84、设 A, B 互不相容, 且 $P(A) > 0$, 则

$P(\bar{B}|A) = 0$.

85、设 A, B 互不相容, 且 $P(A) > 0$, 则 $P(B|A) =$ ()

答: 0

86、设 A, B 均为 2 阶矩阵, 且 $[A] = 3, [B] = 2, [3AB] =$ () .

54

87、设 A, B 均为 3 阶方阵, $[A] = -6, [B] = 3$, 则 $[-(A'B^{-1})^3] =$ () .

设 A, B 均为 3 阶方阵, $|A| = -6, |B| = 3$, 则 $|-(A'B^{-1})^3| =$

答: 8

88、设 A, B 均为 3 阶方阵, $[A] = 2, [B] = 3$, 则 $[-3A'B^{-1}] =$ ()

设 A, B 均为 3 阶方阵, $|A| = 2, |B| = 3$, 则 $| -3A'B^{-1} | =$

答: -18

89、设 A, B 均为 3 阶方阵, $[A] = 3, [B] = 2$, 则

$|2A'B^{-1}| = 12$.

90、设 A, B 均为 3 阶方阵, $[A] = [B] = 3$, 则

$| -2AB^{-1} | = -8$.

91、设 A, B 均为 3 阶矩阵,

设 A, B 均为 3 阶矩阵, 且 $|A| = -1, |B| = -3$, 则 $| -3(A'B^{-1})^2 | = -3$.

92、设 A, B 均为 3 阶矩阵, 且 $[A] = -1, [B] = -3$, 则 $[3A'B^{-1}] =$ ()

设 A, B 均为 3 阶矩阵, 且 $|A| = -1, |B| = -3$, 则 $|3A'B^{-1}| =$ () .

答案: 9

93、设 A, B 均为 3 阶矩阵, 且 $[A] = -1, [B] = 2$, 则 $1 - A'B^{-1} =$ ()

$$\frac{1}{2}$$

94、设 A,B 均为 3 阶矩阵,且[A]=[B]=-3,则[-2AB]= ()

答: 72

95、设 A,B 均为 3 阶矩阵,且[A]=[B]=3,则[-2AB-1]= ()

设 A,B 均为 3 阶矩阵,且|A|=|B|=3,则| -2AB^{-1} | =

答: -8

96、设 A,B 均为 n 阶矩阵,1-B 可逆,则矩阵方程 A+Bx=X 的解 X=()

$$(I - B)^{-1}A$$

97、设 A,B 均为 n 阶矩阵,则(A+B)

(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2 成立的充分必要条件是 ()

答案: AB=BA

98、设 A,B 均为 n 阶可逆矩阵,逆矩阵分别为 A^{-1}, B^{-1}, 则(B^{-1}A^{-1})^{-1} = ()

设 A, B 均为 n 阶可逆矩阵, 逆矩阵分别为 A^{-1}, B^{-1}, 则

$$(B^{-1}A^{-1})^{-1} = (A^{-1})B.$$

99、设 A,B 是 3 阶方阵,其中[A]=1,[B]=3,则[3A'B^{-1}]= ()

设 A, B 是 3 阶方阵, 其中|A|=1, |B|=3, 则|3A' B^{-1}| =

答案: 9

100、设 A,B 是 3 阶方阵,其中[A]=2,[B]=-3,则[3A'B-1]=

设 A, B 是 3 阶方阵, 其中|A|=2, |B|=-3, 则|3A' B^{-1}| =

答案: -18

101、设 A,B 是 3 阶方阵,其中[A]=3,[B]=2,则=

设 A, B 是 3 阶方阵, 其中|A|=3, |B|=2, 则|2A' B^{-1}| =

答案: 1.2

102、设 A,B 是两个随机事件,且 P(B)≠0, 则称 P(A|B) 为事件 B 发生的条件下,事件 A 发生的 ()

答: 条件概率

103、设 A,B 是两个随机事件,且 P(B)≠0. 则称 P(AB) 为事件 B 发生的条件下,事件 A 发生的 ()

条件概率

104、设 A,B 是两个随机事件,若 P(A)=0.7, P(A\bar{B})=0.3, 则 P(AB)=()

答: 0.4

105、设 A,B 为两个事件,若 P(AB)=P(A)P(B), 则称 A 与 B ()

相互独立

106、设 A1, A2 是两个可逆矩阵, 则

$$\begin{bmatrix} A_1 & O \\ O & A_2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} A_1^{-1} & O \\ O & A_2^{-1} \end{bmatrix}.$$

107、设 A=(1-2), B=(3-1), 则 A'B-I= ()

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 1 \end{bmatrix}$$

108、设 A=[-12], B=[2-3], 则 A'B= ()

$$\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -6 \end{bmatrix}$$

109、设 A=[111]

$$\text{设 } A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \end{bmatrix}, \text{ 则 } r(A) = \underline{\quad} \quad \text{答: } 2$$

110、设 A=[12], B=[-120], 则(A+B')'= ()

$$\text{设 } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \end{bmatrix}, \text{ 则 } (A+B')' = \begin{bmatrix} 0 & 6 & -3 \\ 5 & -1 & 8 \end{bmatrix}$$

111、设 A=[402, 2-120, -33], 则 r(A)= ()

$$\text{设 } A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 4 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 3 \end{bmatrix}, \text{ 则 } r(A) = \underline{\quad}.$$

2

112、设 A 是 2 阶矩阵,且[A]=9,[3A-1]=

设 A 是 2 阶矩阵,且 |A|=9, |3A^{-1}| =

答案: 1

113、设 A 为 3×4 矩阵, B 为 5×2 矩阵,

当 C 为 (2×4) 矩阵时, 乘积 AC'B' 有意义

114、设 A 为 3×4 矩阵, B 为 5×2 矩阵, 当 C 为 () 矩阵时, 乘积 AC'B' 有意义.

2×4

115、设 A 为 3×5 矩阵, B 为 4×3 矩阵, 且乘 AC'B 有意义, 则 C 为 () 矩阵.

答: 4×5

116、设 A 为 n 阶方阵, 若存在数 A 和非零 n 维向量 X, 使得 AX=λX, 则称数 λ 为 A 的 () .

答案: 特征值

117、设 A 为 n 阶方阵, 若存在数 λ 和非零 n 维向量 X, 使得 AX=λX, 则称 X 为 A 相应于特征值 λ 的.

7. 设 A 为 n 阶方阵, 若存在数 λ 和非零 n 维向量 X, 使得 AX=λX, 则称 X 为 A 相应于特征值 λ 的.

答案: 特征向量

118、设 A 为 n 阶方阵, 若存在数 λ 和非零 n 维向量 X, 使得 () , 则称 X 为 A 相应于特征值 λ 的特征向量.

$$AX = \lambda X$$

119、设 A 为 n 阶方阵, 若存在数 λ 和非零 n 维向量 X, 使得 () , 则称 λ 为 A 的特征值.

$$AX = \lambda X$$

120、设 A 为 n 阶方阵, 若存在数和 n 维向量 X, 使得 AX=λX, 则称数 λ 为 A 的特征值, X 为 A 相应于特征值 λ 的特征向量.

7. 设 A 为 n 阶方阵, 若存在数 λ 和 n 维向量 X, 使得 AX=λX, 则称数 λ 为 A 的特征值, X 为 A 相应于特征值 λ 的特征向量.

答案: 非零

121、设 A 为 n 阶方阵, 若存在数和 n 维向量 X, 使得, 则称 X 为 A 相应于特征值的特征向量.

7. 设 A 为 n 阶方阵, 若存在数 λ 和非零 n 维向量 X, 使得, 则称 X 为 A 相应于特征值 λ 的特征向量.

答案: AX=λX

122、设 f(x)=[112, 11(x^2-2), 2(x^2+1)4], 则 f(x)=0 的根是 ()

$$\text{设 } f(x) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & x^2-2 \\ 2 & x^2+1 & 4 \end{vmatrix}, \text{ 则 } f(x) = 0 \text{ 的根是}$$

答: 1, -1, 2, -2.

123、设 f(x) 是连续型随机变量 X 的密度函数, 则对任意 a<b 都有 P(a<X<b)= ()

设 $f(x)$ 是连续型随机变量 X 的密度函数, 则对任意 $a < b$ 都有 $P(a < X < b) =$

_____.

$$\int_a^b f(x) dx$$

124、设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(\mu, 4)$ 的一个样本, 则 $\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i \sim$ ()

设 x_1, x_2, \dots, x_{10} 是来自正态总体 $N(\mu, 4)$ 的一个样本, 则 $\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i \sim$

_____.

$$N\left(\mu, \frac{4}{10}\right)$$

125、设 x_1, x_2, \dots, x_{10} 是来自正态总体 $N(\mu, 4)$ 的一个样本,

$$\text{则 } \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i \sim \underline{\hspace{2cm}}$$

答案: $N\left(\mu, \frac{4}{10}\right)$

126、设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 N

$$N(\mu, \sigma^2)$$
 的一个样本, $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, 则 $D(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n}$

127、设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$

设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ (σ^2 已知) 的样本值,

按给定的显著性水平 α 检验 $H_0: \mu = \mu_0; H_1: \mu \neq \mu_0$, 需选取统计量 $U = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$

128、设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自正态总体 N

$$N(\mu, \sigma^2)$$
 的一个样本, 则 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \sim \underline{\hspace{2cm}}$

答案: $N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

129、设 x_1, x_2, \dots, x_{10} 是来自正态总体 $N(\mu, 4)$ 的一个样本, 则

$$\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i \sim ()$$

设 x_1, x_2, \dots, x_{10} 是来自正态总体 $N(\mu, 4)$ 的一个样本, 则

$$\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i \sim N\left(\mu, \frac{4}{10}\right).$$

130、设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样

$$\text{本, } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \text{ 则 } D(\bar{x}) = ().$$

设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本,

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \text{ 则 } D(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n}$$

131、设 X 为随机变量,

$$\text{已知 } D(X) = 3, \text{ 此时 } D(3X - 2) = 27.$$

132、设 X 为随机变量, 已知 $D(X) = 2$, 那么 $D(2X - 7) =$

$$\text{设 } X \text{ 为随机变量, 已知 } D(X) = 2, \text{ 那么 } D(2X - 7) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

答案: 8

133、设 X 为随机变量, 已知 $D(X) = 3$, 此时 $D(3X - 2) = ()$

答案: 27

134、设 $[A] = [112]$, 则 $[A] = 0$ 的根是 ()

$$\text{设 } |A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & x^2 - 2 \\ 2 & x^2 + 1 & 4 \end{vmatrix}, \text{ 则 } |A| = 0 \text{ 的根是}$$

答: 1, -1, 2, -2.

135、设 $\hat{\theta}$ 是未知参数 θ 的一个估计, 且满足 $E(\hat{\theta}) = \theta$, 则 $\hat{\theta}$ 称为 θ 的 () 估计

设 $\hat{\theta}$ 是未知参数 θ 的一个估计, 且满足 $E(\hat{\theta}) = \theta$, 则 $\hat{\theta}$ 称为 θ 的 () 估

计答案: 无偏

136、设 $\hat{\theta}$ 是未知参数 θ 的一个无偏估计量, 则有

设 $\hat{\theta}$ 是未知参数 θ 的一个无偏估计量, 则有

$$E(\hat{\theta}) = \theta.$$

137、设矩阵 $A = [1-2]$, I 为单位矩阵, 则 $(I-A)'$ =

$$\text{设矩阵 } A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, I \text{ 为单位矩阵, 则 } (I-A)' = \underline{\hspace{2cm}}.$$

答案: $\begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

138、设齐次线性方程组 $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = 0$

设齐次线性方程组 $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = 0$ 的系数行列式 $|\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3| = 0$, 则这个方程组有 () 解。

答案: 非零

139、设齐次线性方程组 $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = 0$

设齐次线性方程组 $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = 0$ 的系数行列式 $|\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3| = 0$, 则这个方程组有 无穷多 解, 且系数列向量 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是 线性相关 的。

140、设三阶矩阵 A 的行列式 $|A| = 2$, 则 $|2A^{-1}| = ()$

答案: 4

141、设三阶矩阵 A 的行列式 $|A| = 2$, 则 $|A^{-1}| =$

$$\text{设三阶矩阵 } A \text{ 的行列式 } |A| = 2, \text{ 则 } |A^{-1}| = \underline{\hspace{2cm}}.$$

答案: $\frac{1}{2}$

142、设三阶矩阵 A 的行列式 $|A| = \frac{1}{2}$, 则 $|A^{-1}| = ()$

$$\text{设三阶矩阵 } A \text{ 的行列式 } |A| = \frac{1}{2}, \text{ 则 } |A^{-1}| =$$

答案: =2

143、设 $\hat{\theta}$ 是未知参数 θ 的一个估计, 且满足 $E(\hat{\theta}) = \theta$, 则 $\hat{\theta}$ 称为 θ 的估计。

设 $\hat{\theta}$ 是未知参数 θ 的一个估计, 且满足 $E(\hat{\theta}) = \theta$, 则 $\hat{\theta}$ 称为 θ 的 无偏 估计。

答案: 无偏

144、设随机变量 X ,

$$\text{若 } D(X) = 2, E(X^2) = 5, \text{ 则 } E(X) = \sqrt{3}.$$

145、设随机变量 X , 若 $E(X) = 4$, 则 $E(2X - 1) = ()$

答: 7

146、设随机变量 X , 且 $E(X) = 2, E(X^2) = 9$, 那么 $D(X) = ()$

答案: 5

147、设随机变量 X , 若 $D(X) = 2$, 则 $D(-2X + 1) = ()$

答案: 8

148、设随机变量 X , 若 $D(X)=2$, 则 $D(3X+2)=$ ()。

答案: 18

149、设随机变量 X , 若 $E(X)=3$, 则 $E(2X+1)=$ 。

设随机变量 X , 若 $E(X)=3$, 则 $E(2X+1)=$ _____。

答案: 7

150、设随机变量 $X \sim [-101]$, 则 $a=$ ()

设随机变量 $X \sim \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0.2 & a & 0.5 \end{bmatrix}$, 则 $a=$ _____。

答案: 0.3

151、设随机变量 $x \sim B(100, 0.15)$, 则 $E(X)=$ 。

设随机变量 $X \sim B(100, 0.15)$, 则 $E(X)=$ _____。

答案: 15

152、设随机变量 $X \sim B(20, 0.4)$, 则 $E(X)=$ ()

8

153、设随机变量 $X \sim B(n, p)$, 则 $E(X)=$ ()

答: np

154、设随机变量 $X \sim N(2, 4^2)$, 则随机变量 $Y=$ () $\sim N(0, 1)$

$$\frac{X-2}{4}$$

155、设随机变量 $X \sim U(0, 1)$, 则 X 的分布函数

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x & 0 < x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

156、设随机变量 $X \sim [-101]$

设随机变量 $X \sim \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0.3 & a & 0.25 \end{bmatrix}$, 则 $a=$ 0.45。

157、设随机变量 $X \sim [-101]$, 则 $P(X \neq 0)=$ ()。

设随机变量 $X \sim \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 \end{bmatrix}$, 则 $P(X \neq 0)=$ _____。

答案: 0.5

158、设随机变量 $X \sim [012]$

设随机变量 $X \sim \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0.3 & 0.2 & 0.5 \end{bmatrix}$, 则 $P(X \neq 1)=$ 0.8。

159、设随机变量 $X \sim [012]$, 则 $E(X)=$ ()。

设随机变量 $X \sim \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0.4 & 0.3 & 0.3 \end{bmatrix}$, 则 $E(X)=$ _____。

答案: 0.9

160、设随机变量 $X \sim [1234]$

$X \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0.3 & 0.4 & 0.1 & 0.2 \end{bmatrix}$, 则 $P(X < 3)=$ ()。

答案: 0.7

161、设随机变量 $X \sim [1234]$, 则 $a=$ ()。

设随机变量 $X \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0.1 & 0.3 & 0.5 & a \end{bmatrix}$, 则 $a=$ _____。

答案: 0.1

162、设随机变量 $X \sim B(100, 0.15)$, 则 $E(X)=$ ()

答: 15

163、设随机变量 $X \sim B(20, 0.4)$, 则 $E(X)=$ ()

答: 8

164、设随机变量 $X \sim N(2, 4^2)$, 则随机变量 $Y=$ () $\sim N(0, 1)$ 。

$(X-2)/4$

165、设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) \begin{cases} 3x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$, 则

$P(x < 1/2)=$ ()

设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$, 则

$$P(X < \frac{1}{2}) = \frac{1}{8}$$

166、设随机变量 x 的期望存在, 则 $E(X-E(X))=$ ()

答: 0

167、设随机变量 X 服从二项分布 $B(n, p)$, 则 $E(X)=$ ()。

答案: np

168、设随机变量 X 服从二项分布 $B(n, p)$, 则 $E(X)=$ ()。

设随机变量 X 服从二项分布 $B(n, p)$, 则 $E(X)=$ _____。

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

答案:

169、设随机变量的概率密度函数为 $f(x)=$

$$\begin{cases} 3x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}, \text{ 则 } P(X < \frac{1}{2}) = \frac{1}{8}$$

170、设随机变量的概率密度函数为 $f(x)=k$

设随机变量的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \frac{k}{1+x^2}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 则常数 $k=$ $\frac{4}{\pi}$ 。

171、设线性方程组 $AX=0$ 中有 5 个未知量, 且秩(A)=2, 则 $AX=0$ 的基础解系中线性无关的解向量有 () 个。

3

172、设线性方程组 $AX=0$ 中有 5 个未知量, 且秩(A)=3, 则其基础解系中线性无关的解向量有 () 个。

答: 2

173、设线性方程组 $AX=b$ 有解,

设线性方程组 $AX=b$ 有解, X_0 是它的一个特解, 且 $AX=0$ 的基础解系为 X_1, X_2 , 则 $AX=b$ 的通解为 $X_0 + k_1X_1 + k_2X_2$ 。

174、设向量 β 可由向量组 a_1, a_2, \dots, a_n 线性表示, 则表示方法唯一的充分必要条件是 a_1, a_2, \dots, a_n , ()

设向量 β 可由向量组 a_1, a_2, \dots, a_n 线性表示, 则表示方法唯一的

充分必要条件是 a_1, a_2, \dots, a_n

答案: 线性无关

175、设行列式 [679], 则 $k=$ ()。

设行列式 $\begin{vmatrix} 6 & 7 & 9 \\ k & 0 & -4 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$, 则 $k=$ _____。

答案: 4

176、 设行列式 $|a_{11} a_{12} a_{13}| = 2$, 则

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 2, \text{ 则 } \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ 2a_1 - 3b_1 & 2a_2 - 3b_2 & 2a_3 - 3b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = \quad (\quad).$$

答案: -6

177、 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 且 σ^2 未知, 用样本假设检验 $H_0: \mu = \mu_0$ 时可采用统计量。

10. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 且 σ^2 未知, 用样本假设检验 $H_0: \mu = \mu_0$ 时可采用统计量

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

答案:

178、 统计量就是 ()

答: 不含未知参数的样本函数

179、 下列命题中不正确的是 ()

答案: A. A 与 A^{-1} 有相同的特征值

180、 线性方程组 $AX=B$ 中的一般解的自由元的个数是 2, 其中 A 是 4×5 矩阵, 则方程组增广矩阵 = ()

线性方程组 $AX=B$ 中的一般解的自由元的个数是 2,

其中 A 是 4×5 矩阵, 则方程组增广矩阵 $r(A:B) = (\quad)$

答案: 3

181、 线性方程组 $\{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3$ 一般解中的自由未知量的个数为 ()。

$$\text{线性方程组 } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3 \\ 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 6 \\ x_3 - x_4 = 3 \end{cases} \text{ 一般解中的自由未知量的个数为}$$

答案: 1

182、 向量组 a_1, a_2, \dots, a_s

向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 的秩与矩阵 $[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s]$ 的秩相同。

183、 向量组 $a_1 = (1, 1, 0)$

, $a_2 = (0, 1, 1), a_3 = (1, 0, k)$ 线性相关, 则 $k = -1$ 。

184、 向量组 $a_1 = [0, 0, 0]$,

$\alpha_2 = [1, 0, 0], \alpha_3 = [1, 2, 0], \alpha_4 = [1, 2, 3]$ 的极大线性无关组是 $(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$

185、 向量组 $a_1 = [0, 0, 0]$,

向量组 $\alpha_1 = [0, 0, 0], \alpha_2 = [1, 1, 1]$ 线性相关。

186、 向量组 $a_1 = [0, 0, 0], a_2 = [1, 1, 1]$ 线性 ()

向量组 $\alpha_1 = [0, 0, 0], \alpha_2 = [1, 1, 1]$ 线性 ()。

答案: 相关

187、 向量组 $[1, 2, 3]$

向量组 $[1, 2, 3], [1, 2, 0], [1, 0, 0], [0, 0, 0]$ 的秩是 3。

188、 向量组 $a_1 = [1, 0]$

向量组 $\alpha_1 = [1, 0], \alpha_2 = [0, 1], \alpha_3 = [0, 0]$ 的极大线性无关组是 α_1, α_2 。

189、 行列式 $\begin{vmatrix} 3 & 8 & 6 \\ 5 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 7 \end{vmatrix}$

$$\text{行列式 } \begin{vmatrix} 3 & 8 & 6 \\ 5 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 7 \end{vmatrix} \text{ 的元素 } a_{21} \text{ 的代数余子式 } A_{21} \text{ 的值为 } -56.$$

190、 已知 $P(A) = 0.2, P(B) = 0.4$, 则当事件 A, B 相互独立时, $P(AB) =$

已知 $P(A) = 0.2, P(B) = 0.4$, 则当事件 A, B 相互独立时, $P(AB) =$

答案: 0.08

191、 已知 $P(A) = 0.3, P(B) = 0.5$, 则当事件 A, B 相互独立时,

$P(A+B) = 0.65, P(A|B) = 0.3$ 。

192、 已知 $P(A) = 0.8, P(AB) = 0.2$, 则 $P(A-B) = (\quad)$

0.6

193、 已知 $P(A) = 0.9, P(AB) = 0.5$, 则 $P(A-B) =$

已知 $P(A) = 0.9, P(AB) = 0.5$, 则 $P(A-B) =$

答案: 0.4

194、 已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A)$ 。

已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵, 则 $r(A) \leq$

答案: 3

195、 已知随机变量 $x \sim [-1025]$

$$X \sim \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 & 5 \\ 0.3 & 0.1 & 0.1 & 0.5 \end{bmatrix}, \text{ 那么 } E(X) = 2.4.$$

196、 已知随机变量 $x \sim [-1025]$

$$X \sim \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 & 5 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}, \text{ 那么 } E(X) = 3.$$

197、 在对单正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的假设检验问题中, T 检验法解决的问题是 ()

未知方差, 检验均值

198、 掷两颗均匀的骰子, 事件“点数之和为 4”的概率是 ()。

$\frac{1}{12}$

计算题(118)--电大资源网: <http://www.dda123.cn/> (微信搜: 905080280)

- 1、 λ 为何值时, 下列方程组有解? 有解时求出其全...
- 2、 测两点之间的直线距离 5 次, 测得距离的值为(...)
- 3、 测两点之间的直线距离 5 次, 测得距离的值为(...)
- 4、 从正态总体 $N(\mu, 4)$ 中抽取容量为 625 的样本, ...
- 5、 从正态总体 $N(\mu, 9)$ 中抽取容量为 64 的样本, ...
- 6、 袋中有 3 个红球, 2 个白球, 现从中随机抽取 2 个...
- 7、 当 λ 取何值时, 齐次线性方程组 $\{x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \dots\}$
- 8、 当 λ 取何值时, 线性方程组 $\{x_1 - x_2 + x_3 = 2\}$ 有解, 在...
- 9、 当 λ 取何值时, 齐次线性方程组 $\{x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$ 有...
- 10、 当 λ 取何值时, 线性方程组 $\{x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = -2, \dots\}$
- 11、 当 λ 取何值时, 线性方程组 $\{x_1 - x_2 + x_4 = 2, \dots\}$
- 12、 罐中有 12 颗围棋子, 其中 8 颗白子, 4 颗黑子. 若从...
- 13、 计算下列向量组的秩, 并且 (1) 判断该向量组是...
- 14、 加工某种零件需要两道工序, 第一道工序的次...
- 15、 假设 A, B 为两件事, 已知 $P(A) = 0.5, P(B) = 0.6, \dots$
- 16、 解矩阵方程 $AX - X = B$, 其中 $A = [45], B = [12], \dots$
- 17、 解矩阵方程 $AX = B$, 其中 $A = [010], B = [20], \dots$
- 18、 解矩阵方程 $X = AX + B$, 其中 $A = [2-3], B = [12], \dots$
- 19、 据资料分析, 某厂生产的砖的抗断强度 X 服从正...
- 20、 某厂生产日光灯管, 根据历史资料, 灯管的使用...
- 21、 某厂生产一种型号的滚珠, 其直径 $X \sim N(0.09), \dots$
- 22、 某车间生产滚珠, 已知滚珠直径服从正态分布...
- 23、 某钢厂生产了一批管材, 每根标准直径 100mm, ...
- 24、 某篮球运动员一次投篮投中篮框的概率为 0.8, ...
- 25、 某零件长度服从正态分布, 过去的均值为 20.0, ...
- 26、 某切割机在正常工作时, 切割的每段金属棒长...
- 27、 某射手连续向一目标射击, 直到命中为止. 已知...
- 28、 某射手射击一次命中靶心的概率是 0.8, 该射手...
- 29、 某校全年级学生的期末考试成绩服从正态分布...
- 30、 某一批零件长度 $X \sim N(\mu, 0.2)$, 随机抽取 4 个测得...
- 31、 某一批零件重量 $X \sim N(\mu, 0.04)$, 随机抽取 4 个测...
- 32、 判断向量 β 能否由向量组
- 33、 求 k 为何值时, 线性方程组 $\{2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1, \dots\}$
- 34、 求矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ 的秩。

35. 求齐次线性方程组 $2x_1-x_2-x_3+4x_4=0$ 的一个基...
36. 求齐次线性方程组 $\{x_1+3x_2+3x_3+2x_4+x_5\}$ 的通解...
37. 求齐次线性方程组 $\{x_1-2x_2+4x_3-7x_4=0\}$ 的一个...
38. 求齐次线性方程组 $\{x_1-3x_2+x_3-2x_4=0\}$
39. 求齐次线性方程组 $\{x_1-x_2+3x_3-x_4=0\}$ 的通解...
40. 求下列线性方程组 $\{2X_1-4X_2+5X_3+3X_4=5\}$ 的通解...
41. 求下列线性方程组 $\{x_1-5x_2+2x_3-3x_4=11\}$ 的全部...
42. 求线性方程组 $\{x_1-2x_2+4x_3=-5\}$ 的通解。...
43. 求线性方程组 $\{x_1-3x_2+x_3-x_4=1\}$ 的全部解。...
44. 求线性方程组 $\{x_1-x_2+x_3-2x_4=3\}$ 的全部解。...
45. 求线性方程组 $\{x_1-2x_2+4x_3=-5\}$ 的通解...
46. 设 A,B,C 为三个事件,试用 A,B,C 的运算分别表...
47. 设 A,B 是两个随机事件,已知 $P(A)=0.4, P(A+B)=...$
48. 设 A,B 是两个随机事件,已知 $P(A)=0.6, P(A+B)=...$
49. 设 $A=[-121], B=[103], C=[-114]$,求 $AC+BC$.
50. 设 $A=[12]$,求 $A+B$; (2) $A+C$; (3) AB ; (4) $(AB)^T C$ 。...
51. 设 AB 为两个事件,试用文字表示下列各个事件...
52. 设 A 是 n 阶矩阵,若 $A=0$,同 $(I-A)=I+A$ 。
53. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是独立同分布的随机变量,...
54. 设 $X-f(x)=\{2x, 0 \leq x < 1\}$,求 $E(x), D(x)$ 。
55. 设 $X \sim N(1, 0.04)$,试求: (1) $P(X < 1.2)$; (2) $P(0.7 < X < ...)$
56. 设 $X \sim N(1, 0.62)$
57. 设 $X \sim N(1, 9)$,试求: (1) $P(X < 4)$; (2)求常数 a,使得 $P < ...$
58. 设 $X \sim N(2, 25)$,试求: (1) $P(12 < X < 17)$; (2) $P(X > -3 < ...)$
59. 设 $X \sim N(2, 9)$,试求: (1) $P(X < 11)$; (2) $P(5 < X < 8)$ 。(...
60. 设 $X \sim N(20, 2^2)$,试求: (1) $P(22 < X < 26)$; (2) $P(X > 24 < ...)$
61. 设 $X \sim N(20, 0.22)$,计算
62. 设 $X \sim N(3, 22)$,
63. 设 $X \sim N(3, 2^2)$,试求: (1) $P(X < 5)$; (2) $P(X > 9)$
64. 设 $X \sim N(3, 4)$,试求:
65. 设 $X \sim N(3, 4)$,试求:
66. 设 $X \sim N(3, 4)$,试求: (1) $P(X < 1)$; (2) $P(5X > 9)$ 。(已知(...
67. 设 $X \sim N(5, 4)$,试求(1) $P(5X > 9)$; (2) $P(x > 7)$ 。(已知(...
68. 设 $X \sim N(3, 2^2)$,试求: "(1) $P(X < 5)$; (2) $P(X > 9)$
69. 设对总体 X 得到一个容量为 10 的样本值...
70. 设矩阵 $A=[012], B=[213]$,解矩阵方程 $AX=B$
71. 设矩阵 $A=[012], B=[543]$,求 $A-1B$.
72. 设矩阵 $A=[1-1-3], B=[25]$,I 是 3 阶单位矩阵,且...
73. 设矩阵 $A=[1-10], B=[200]$,求 $A-1B$.
74. 设矩阵 $A=[1-12]$,求(1) $|A|$; (2) $A-1$.
75. 设矩阵 $A=[100]$,求 $(AA)^-1$.
76. 设矩阵 $A=[1201], b=[11]$,求(1) $|A|$; (2) $(I-A)B$
77. 设矩阵 $A=[122], B=[1-2]$,已知 $AX=B$,求 X....
78. 设矩阵 $A=[122], B=[12]$, $AX=B$,求 X.
79. 设矩阵 $A=[12], B=[1-2]$,已知 $X=AX+B$,求 X....
80. 设矩阵 $A=[12], B=[1-2]$,已知 $XA=B$,求 X.
81. 设矩阵 $A=[23-1], B=[123]$,求(1) $|AB|$; (2) $A-1$
82. 设矩阵 $A=[234], B=[111]$,那么 A-B 可逆吗? 若可...
83. 设某产品的性能指标服从正态分布 $N(\mu, \sigma)$
84. 设某一批零件重量 X 服从正态分布 $N(\mu, 0.62)$
85. 设某种零件长度 X 服从正态分布 $N(\mu, 2.25)$,今...
86. 设齐次线性方程组 $\{x_1-3x_2+2x_3=0\}$,问 λ 为何值...
87. 设齐次线性方程组的系数矩阵经过初等行变换...
88. 设随机变量 $X \sim N(3, 4)$.
89. 设随机变量 $X \sim N(4, 1)$,求 $P(X < 4 > 2)$; ...
90. 设随机变量 $X \sim N(8, 4)$,求 $P(7 < X < 9)$ 和 $P(X > 9)$
91. 设随机变量 $X \sim N(8, 4)$,求 $P(|x-8| < 1)$ 和 $P(X > 12 < ...)$
92. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2), \sigma=0.04$,取 X 的样本 X...
93. 设随机变量 X 的概率分布为 $\{0123456\}$,试求...
94. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\{kx^2, -1 \leq x \leq ...$
95. 设随机变量 X 具有概率密度 $f(x)=\{2x, 0 \leq x \leq 1 < ...$
96. 设线性方程组 $\{x_1-2x_2+3x_3-4x_4=5\}$,当入为何值...
97. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$.
98. 设向量组 $\alpha_1=(1, -2, 4, -1)$
99. 设有 100 个圆柱形零件,其中 95 个长度合格...
100. 设有线性方程组 $\lambda 111$
101. 设总体 X 的概率密度函数为
102. 市场供应的热水瓶中,甲厂产品占 50%,乙厂产...
103. 为了对完成某项工作所需时间建立一个标准,...
104. 写出 4 阶行列式中元素 $\{020\}$ 的代数余子式,并...
105. 已知 $A=[310], B=[102]$,求满足方程 $3A-2X=B$ 中...
106. 已知 $AX=B$,其中 $A=[-13-6-3], B=[-1-1]$,求 X....
107. 已知 $AX=B$,其中 $A=[123], B=[20]$,求 X.
108. 已知 $AX=B$,其中 $A=[123], B=[23]$,求 X.
109. 已知 $AX=B$,其中 $A=[123], B=[23]$,求 X.
110. 已知 $P(A)=4, P(B|A)=3, P(A|B)=2, P(A < ...$

111. 已知 $X=AX+B$,其中 $A=[010], B=[1-1]$,求 X.
112. 已知 $XA=B$,其中 $A=[1-32], B=[20-1]$,求 X.
113. 已知矩阵方程 $X=AX+B$,其中 $A=[010], B=[1-1]$,...
114. 已知某零件的重量服从正态分布,随机抽取 9 个...
115. 已知某种零件重量 $X \sim N(15, 0.09)$,采用新技术...
116. 用初等行变换求下列矩阵的逆矩阵: ...
117. 用消元法解线性方程组 $\{x_1-3x_2-2x_3-x_4=6 < ...$
118. 在线性方程组中 $\{X_1+2X_2+3X_3=0\}$,取何值时,此...

1. λ 为何值时,下列方程组有解? 有解时求出其全部解.

. λ 为何值时,下列方程组有解? 有解时求出其全部解.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 1 \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = \lambda \end{cases}$$

12. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\left[\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 1 & -3 & 1 & 1 & 1 & -3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 2 & 0 & -1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -4 & \lambda & 0 & 1 & 2 & \lambda-2 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 1 & -3 & 1 & 1 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & 3 & 0 & -1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & \lambda-2 & 0 & 1 & 2 & \lambda+1 \end{array} \right]$$

由阶梯阵可知,当 $\lambda + 1 = 0$,即 $\lambda = -1$ 时,方程组有解.

此时,由最后一个行简化阶梯阵得方程组的一般解为:

$$\begin{cases} x_1 = 5x_3 + 4 \\ x_2 = -2x_3 - 3 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_3 \text{ 为自由元})$$

令 $x_3 = 0$,得方程组的一个特解 $X_0 = (4 \quad -3 \quad 0)^T$.

不计最后一列,令 $x_3 = 1$,得到相应的齐次线性方程组的一个基础解系

$$X_1 = (5 \quad -2 \quad 1)^T$$

于是,方程组的全部解为

$$X = X_0 + kX_1 \quad (\text{其中 } k \text{ 为任意常数})$$

2. 测两点之间的直线距离 5 次,测得距离的值为(单位: m):

108.5 109.0 110.0 110.5 112.0

测量值可以认为是服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 的,求 μ 与 σ^2 的估计值. 并在

- (1) $\sigma^2 = 25$;
- (2) σ^2 未知的情况下,分别求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间.

解: $\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 x_i = 110 \quad \hat{\sigma}^2 = s^2 = \frac{1}{5-1} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 = 1.875$

- (1) 当 $\sigma^2 = 25$ 时,由 $1 - \alpha = 0.95, \Phi(\lambda) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975$

查表得: $\lambda = 1.96$

故所求置信区间为: $[\bar{x} - \lambda \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \lambda \frac{\sigma}{\sqrt{n}}] = [108.6, 111.4]$

- (2) 当 σ^2 未知时,用 s^2 替代 σ^2 ,查 $t(4, 0.05)$,得 $\lambda = 2.776$

故所求置信区间为: $[\bar{x} - \lambda \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \lambda \frac{s}{\sqrt{n}}] = [108.3, 111.7]$

3. 测两点之间的直线距离 5 次,测得距离的值为(单位: m):

108.5 109.0 110.0 110.5 112.0

测量值可以认为是服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 的,求 μ 与 σ^2 的估计值. 并在(1)

- $\sigma^2 = 25$;
- (2) σ^2 未知的情况下,分别求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间.

解: $\hat{\mu} = \bar{x} = 110, \hat{\sigma}^2 = s^2 = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^5 (x_k - 110)^2 = 1.875$

(1) 当 $\sigma^2 = 2.5$ 时, μ 的置信度为 0.95 的置信区间为:

$$\bar{x} \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{0.975} = 110 \pm \frac{\sqrt{2.5}}{\sqrt{5}} \times 1.96 = 110 \pm 1.386$$

(2) 当 σ^2 未知的情况下, μ 的置信度为 0.95 的置信区间为:

$$\bar{x} \pm \frac{s}{\sqrt{n}} t_{0.025}(4) = 110 \pm \frac{\sqrt{1.875}}{\sqrt{5}} \times 2.7764 = 110 \pm 1.7$$

4、从正态总体 $N(\mu, 4)$ 中抽取容量为 625 的样本,

计算样本均值 $\bar{x} = 2.5$, 求 μ 的置信度为 99% 的置信区间.
(已知 $u_{0.995} = 2.576$)

解: 已知 $\sigma = 2, n = 625$, 且 $u = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$

因为 $\bar{x} = 2.5, \alpha = 0.01, 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.995, u_{1-\frac{\alpha}{2}} = 2.576$

$$u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.576 \times \frac{2}{\sqrt{625}} = 0.206$$

所以置信度为 99% 的 μ 的置信区间为:

$$[\bar{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}] = [2.294, 2.706]$$

5、从正态总体 $N(\mu, 9)$ 中抽取容量为 64 的样本,

计算样本均值 $\bar{x} = 21$, 求 μ 的置信度为 95% 的置信区间.
(已知 $u_{0.975} = 1.96$)

解: 已知 $\sigma = 3, n = 64$, 且 $u = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$

因为 $\bar{x} = 21, u_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1.96$, 且 $u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{3}{\sqrt{64}} = 0.735$

所以, 置信度为 95% 的 μ 的置信区间为:

$$[\bar{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}] = [20.265, 21.735]$$

6、袋中有 3 个红球, 2 个白球, 现从中随机抽取 2 个球, 求下列事件的概率:

- (1) 2 球恰好同色;
- (2) 2 球中至少有 1 红球.

解: 设 $A =$ “2 球恰好同色”, $B =$ “2 球中至少有 1 红球”

$$P(A) = \frac{C_3^2 + C_2^2}{C_5^2} = \frac{3+1}{10} = \frac{2}{5} \quad P(B) = \frac{C_3^1 C_2^1 + C_3^2}{C_5^2} = \frac{6+3}{10} = \frac{9}{10}$$

7、当 λ 取何值时, 齐次线性方程组 $\{x_1 + 2x_2 + x_3 = 0$

当 λ 取何值时, 齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 + \lambda x_3 = 0 \\ 3x_1 + 7x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

有非零解? 在有非零解的情况下求方程组的通解.

解: 将齐次线性方程组的系数矩阵化为阶梯形

$$\dots A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & \lambda \\ 3 & 7 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & \lambda-4 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \lambda-7 \end{bmatrix}$$

故当 $\lambda = 7$ 时, 方程组有非零解.

方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1 = -2x_2 \\ x_2 = x_3 \end{cases}$ (其中 x_3 是自由未知量)

令 $x_3 = 1$, 得方程组的一个基础解系 $X_1 = [-2 \ 1 \ 1]'$

于是, 方程组的通解为 kX_1 (其中 k 为任意常数).

8、当 λ 取何值时, 线性方程组 $\{x_1 - x_2 + x_3 = 2$ 有解, 在有解的情况下求方程组的全部解.

12. 当 λ 取何值时, 线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = \lambda \end{cases}$$

有解, 在有解的情况下求方程组的全部解.

12. 解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & -3 & 1 & 5 & \lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & \lambda-4 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-5 \end{bmatrix}$$

由此可知当 $\lambda \neq 5$ 时, 方程组无解. 当 $\lambda = 5$ 时, 方程组有解.

此时方程组相应的齐次方程组的一般解为

$$\begin{cases} x_1 = x_3 + 2x_4 \\ x_2 = x_3 + 3x_4 \end{cases} \quad (x_3, x_4 \text{ 是自由未知量})$$

分别令 $x_3 = 1, x_4 = 0$ 及 $x_3 = 0, x_4 = 1$, 得齐次方程组的一个基础解系

$$X_1 = [1 \ 1 \ 1 \ 0]', X_2 = [2 \ 3 \ 0 \ 1]'$$

令 $x_3 = 0, x_4 = 0$, 得非齐次方程组的一个特解

$$X_0 = [1 \ -1 \ 0 \ 0]'$$

由此得原方程组的全部解为

$$X = X_0 + k_1 X_1 + k_2 X_2 \quad (\text{其中 } k_1, k_2 \text{ 为任意常数})$$

13. 解: $P(AB) = P(A)P(B|A) = \frac{1}{12}$

9、当 λ 取何值时, 齐次线性方程组 $\{x_1 + x_2 + x_3 = 0$ 有非零解? 在有非零解的情况下求方程组的通解.

12. 当 λ 取何值时, 齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 + \lambda x_3 = 0 \\ 3x_1 + 7x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

有非零解? 在有非零解的情况下求方程组的通解.

12. 解: 将齐次线性方程组的系数矩阵化为阶梯形

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & \lambda \\ 3 & 7 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & \lambda-4 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \lambda-7 \end{bmatrix}$$

故当 $\lambda = 7$ 时, 方程组有非零解.

方程组的一般解为: $\begin{cases} x_1 = -3x_3 \\ x_2 = x_3 \end{cases}$ (其中 x_3 为自由未知量).

令 $x_3 = 1$, 方程组的一个基础解系 $X_1 = [-3 \ 1 \ 1]'$

于是, 方程组的通解为 kX_1 (其中 k 是任意常数).

10、当 λ 取何值时, 线性方程组 $\{x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = -2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = -2 \\ 2x_1 + x_2 + 7x_3 + 3x_4 = 6 \\ 9x_1 + 7x_2 + 4x_3 + x_4 = \lambda + 1 \end{cases}$$

有解, 在有解的情况下求方程组的全部解.

解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 7 & 3 & 6 \\ 9 & 7 & 4 & 1 & \lambda+1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 11 & 5 & 10 \\ 0 & -2 & 22 & 10 & \lambda+19 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 11 & 5 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

由此可知当 $\lambda \neq 1$ 时, 方程组无解。当 $\lambda = 1$ 时, 方程组有解。
 此时齐次方程组化为 $\begin{cases} x_1 = -9x_3 - 4x_4 \\ x_2 = 11x_3 + 5x_4 \end{cases}$
 分别令 $x_3 = 1, x_4 = 0$ 及 $x_3 = 0, x_4 = 1$, 得齐次方程组的一个基础解系
 $X_1 = [-9 \ 11 \ 1 \ 0]^T, X_2 = [-4 \ 5 \ 0 \ 1]^T$
 令 $x_3 = 0, x_4 = 0$, 得非齐次方程组的一个特解 $X_0 = [8 \ -10 \ 0 \ 0]^T$
 由此得原方程组的全部解为 $X = X_0 + k_1 X_1 + k_2 X_2$ (其中 k_1, k_2 为任意常数)

11、当 λ 取何值时, 线性方程组 $(X_1 - X_2 + X_4 = 2)$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = \lambda + 2 \end{cases}$$

有解, 在有解的情况下求方程组的全部解.

解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & -3 & 1 & 5 & \lambda+2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & \lambda-2 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

由此可知当 $\lambda \neq 3$ 时, 方程组无解。当 $\lambda = 3$ 时, 方程组有解。
 此时相应齐次方程组的一般解为
 $\begin{cases} x_1 = x_3 + 2x_4 \\ x_2 = x_3 + 3x_4 \end{cases}$ (x_3, x_4 是自由未知量)
 分别令 $x_3 = 1, x_4 = 0$ 及 $x_3 = 0, x_4 = 1$, 得齐次方程组的一个基础解系
 $X_1 = [1 \ 1 \ 1 \ 0]^T, X_2 = [2 \ 3 \ 0 \ 1]^T$
 令 $x_3 = 0, x_4 = 0$, 得非齐次方程组的一个特解 $X_0 = [1 \ -1 \ 0 \ 0]^T$
 由此得原方程组的全部解为 $X = X_0 + k_1 X_1 + k_2 X_2$ (其中 k_1, k_2 为任意常数)

12、罐中有 12 颗围棋子, 其中 8 颗白子, 4 颗黑子。若从中任取 3 颗, 求: (1) 取到 3 颗棋子中至少有一颗黑子的概率; (2) 取到 3 颗棋子颜色相同的概率。

解: 设 $A_1 =$ “取到 3 颗棋子中至少有一颗黑子”,
 $A_2 =$ “取到的都是白子”, $A_3 =$ “取到的都是黑子”,
 $B =$ “取到 3 颗棋子颜色相同”, 则

$$(1) P(A_1) = 1 - P(\bar{A}_1) = 1 - P(A_2) = 1 - \frac{C_8^3}{C_{12}^3} = 1 - 0.255 = 0.745$$

$$(2) P(B) = P(A_2 + A_3) = P(A_2) + P(A_3) = 0.255 + \frac{C_4^3}{C_{12}^3} = 0.255$$

13、计算下列向量组的秩, 并且 (1) 判断该向量组是否线性相关

$$\alpha_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \alpha_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ -7 \\ 8 \\ 9 \\ 13 \end{bmatrix}, \alpha_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 0 \\ -3 \\ -3 \end{bmatrix}, \alpha_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \\ 6 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\text{解: } [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4] = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 1 \\ -1 & -7 & -3 & 9 \\ 2 & 8 & 0 & 6 \\ 3 & 9 & -3 & 3 \\ 4 & 13 & -3 & 6 \end{bmatrix} \rightarrow \dots \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 18 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

∴ 该向量组线性相关

14、加工某种零件需要两道工序, 第一道工序的次品率是 2%, 如果第一道工序出次品则此零件为次品; 如果第一道工序出正品, 则由第二道工序加工, 第二道工序的次品率是 3%, 求加工出来的零件是正品的概率。

解: 设 $A_i =$ “第 i 道工序出正品” ($i=1, 2$)
 $P(A_1 A_2) = P(A_1)P(A_2 | A_1) = (1 - 0.02)(1 - 0.03) = 0.9506$

15、假设 A, B 为两件事, 已知 $P(A)=0.5, P(B)=0.6, P(\bar{B})=0.4$, 求 $P(A+B)$

假设 A, B 为两件事, 已知

$$P(A) = 0.5, P(B) = 0.6, P(\bar{A}) = 0.4, \text{求 } P(A+B)$$

$$\text{解: } P(\bar{A} \bar{B}) = P(\bar{A}) P(\bar{B}) = 0.5 \times 0.4 = 0.2$$

$$P(AB) = P(B) - P(\bar{A} \bar{B}) = 0.6 - 0.2 = 0.4$$

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.7$$

16、解矩阵方程 $AX - X = B$, 其中 $A = [45], B = [12]$

$$\text{解矩阵方程 } AX - X = B, \text{ 其中 } A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

解: 由 $AX - X = B$ 可得 $(A - I)X = B$

$$\text{由已知条件可得 } A - I = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$$

利用初等行变换可得

$$\begin{aligned} [A - I : I] &= \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 & 0 \\ 5 & 8 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 15 & 25 & 5 & 0 \\ 15 & 24 & 0 & 3 \end{bmatrix} \\ &\rightarrow \begin{bmatrix} 15 & 25 & 5 & 0 \\ 0 & -1 & -5 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 15 & 0 & -120 & 75 \\ 0 & 1 & 5 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -8 & 5 \\ 0 & 1 & 5 & -3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{因此, } (A - I)^{-1} = \begin{bmatrix} -8 & 5 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$$

于是由矩阵乘法可得

$$X = (A - I)^{-1} B = \begin{bmatrix} -8 & 5 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$$

注: 用伴随矩阵法求 $(A - I)^{-1}$ 正确也可得分。

17、解矩阵方程 $AX = B$, 其中 $A = [010], B = [20]$.

$$\text{解矩阵方程 } AX = B, \text{ 其中 } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

于是, 由矩阵乘法可得

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -5 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & 2 \\ 2 & 0 \\ -15 & 3 \end{bmatrix}$$

18、解矩阵方程 $X=AX+B$, 其中 $A=[2-3]$, $B=[12]$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

答案:

11. 解: 由 $X=AX+B$ 可得 $(I-A)X=B$.

$$\text{由已知可得 } (I-A) = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$$

利用初等行变换可得

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 & 1 & 0 \\ -4 & 6 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -1 & 0 \\ 0 & -6 & -4 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

$$\text{因此, } (I-A)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{6} \end{bmatrix} \text{ (也可由伴随矩阵法求得)}$$

$$\text{于是, } X = (I-A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

19、据资料分析,某厂生产的砖的抗断强度 X 服从正态分布 $N(32.5, 1.21)$. 今从该厂最近生产的一批砖中随机地抽取了 9 块,测得抗断强度(单位: kg/cm^2)的平均值为 31.18. 假设标准差没有改变,在 0.05 的显著性水平下,问这批砖的抗断强度是否合格. ($u_{0.975}=1.96$)

14. 解: 零假设 $H_0: \mu = 32.5$; $H_1: \mu \neq 32.5$.

由于标准差没有改变,故已知 $\sigma_0^2 = 1.21$, 选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

由已知, $\bar{x} = 31.18$, $\mu_0 = 32.5$, $\sigma_0 = 1.1$, $n = 9$, 于是得

$$U = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} = \frac{31.18 - 32.5}{1.1 / \sqrt{9}} = -3.6$$

在 0.05 的显著性水平下, $\left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \right| = 3.6 > 1.96$, 因此拒绝零假设 H_0 , 即这批砖的抗断

强度不合格. 16 分

20、某厂生产日光灯管. 根据历史资料, 灯管的使用寿命 X 服从正态分布 $N(1600, 70^2)$. 在最近生产的灯管中随机抽取了 49 件进行测试, 平均使用寿命为 1520 小时. 假设标准差没有改变, 在 0.05 的显著性水平下, 判断最近生产的灯管质量是否有显著变化. ($U_{0.975}=1.96$)

14. 解: 零假设 $H_0: \mu = 1600$; $H_1: \mu \neq 1600$.

由于标准差没有改变, 故已知 $\sigma_0^2 = 70^2$, 选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

由已知, $\bar{x} = 1520$, $\mu_0 = 1600$, $\sigma_0 = 70$, $n = 49$, 于是得

$$U = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} = \frac{1520 - 1600}{70 / \sqrt{49}} = -8$$

在 0.05 的显著性水平下, $\left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \right| = 8 > 1.96$,

因此拒绝零假设 H_0 , 即最近生产的灯管质量出现显著变化.

21、某厂生产一种型号的滚珠, 其直径 $X \sim N(\mu, 0.09)$, 今从这批滚珠中随机地抽取了 16 个, 测得直径(单位: mm)的样本平均值为 4.35, 求滚珠直径 μ 的置信度为 0.95 的置信区间 ($U_{0.975}=1.96$).

14. 某厂生产一种型号的滚珠, 其直径 $X \sim N(\mu, 0.09)$. 今从这批滚珠中随机地抽取了 16 个, 测得直径(单位: mm)的样本平均值为 4.35, 求滚珠直径 μ 的置信度为 0.95 的置信区间 ($u_{0.975} = 1.96$).

14. 解: 由于已知 σ^2 , 故选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

因为 $\bar{x} = 4.35$, $u_{0.975} = 1.96$, 且

$$u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{0.3}{\sqrt{16}} = 0.147$$

所以, 滚珠直径 μ 的置信度为 95% 的 μ 的置信区间为:

$$[\bar{x} - u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}] = [4.203, 4.497]$$

22、某车间生产滚珠, 已知滚珠直径服从正态分布. 今从一批产品里面随机取出 9 个, 测得直径平均为 15.1mm. 若已知这批滚珠直径的方差为 0.062, 试找出滚珠直径均值的置信度为 0.95 的置信区间 ($u_{0.975}=1.96$).

14. 某车间生产滚珠, 已知滚珠直径服从正态分布. 今从一批产品里面随机取出 9 个, 测得直径平均值为 15.1mm. 若已知这批滚珠直径的方差为 0.062, 试找出滚珠直径均值的置信度为 0.95 的置信区间 ($u_{0.975} = 1.96$).

14. 解: 由于已知 σ^2 , 故选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

滚珠直径均值的置信度为 0.95 的置信区间为

$$[\bar{x} - u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$$

由已知, $\bar{x} = 15.1$, $\sigma = 0.06$, $n = 9$, $u_{0.975} = 1.96$, 于是可得

$$\bar{x} - u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 15.1 - 1.96 \times \frac{0.06}{\sqrt{9}} = 15.0608$$

$$\bar{x} + u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 15.1 + 1.96 \times \frac{0.06}{\sqrt{9}} = 15.1392$$

因此, 滚珠直径均值的置信度为 0.95 的置信区间为 $[15.0608, 15.1392]$.

23、某钢厂生产了一批管材, 每根标准直径 100mm, 今对这批管材进行检验, 随机取出 9 根测得直径的平均值为 99.9mm, 样本标准差 $s=0.47$, 已知管材直径服从正态分布, 问这批管材的质量是否合格 (检验显著性水平 $\alpha = 0.05$, $t_{0.05}(8) = 2.306$)

解: 零假设 $H_0: \mu = 100$. 由于未知 σ^2 , 故选取样本函数 $T = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}} \sim t(n-1)$

$$\text{已知 } \bar{x} = 99.9, \text{ 经计算得 } \frac{s}{\sqrt{9}} = \frac{0.47}{3} = 0.16 \left| \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}} \right| = \left| \frac{99.9 - 100}{0.16} \right| = 0.625 <$$

由已知条件 $t_{0.05}(8) = 2.306$,

$$\left| \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \right| = 0.625 < 2.306 = t_{0.05}(8)$$

故接受零假设, 即可以认为这批管材的质量是合格的。

24、某篮球运动员一次投篮投中篮框的概率为 0.8, 该运动员投篮 4 次, (1) 求投中篮框不少于 3 次的概率; (2) 求至少投中篮框 1 次的概率。

解: $X \sim B(4, 0.8)$.

(1) $P\{X \geq 3\} = P\{X=3\} + P\{X=4\} = 4 \times 0.8^3 \times 0.2 + 0.8^4 = 0.8192$;

(2) $P\{X \geq 1\} = 1 - P\{X=0\} = 1 - 0.2^4 = 0.9984$.

解: $X \sim B(4, 0.8)$.

(1) $P\{X \geq 3\} = P\{X=3\} + P\{X=4\} = 4 \times 0.8^3 \times 0.2 + 0.8^4 = 0.8192$;

(2) $P\{X \geq 1\} = 1 - P\{X=0\} = 1 - 0.2^4 = 0.9984$.

25、某零件长度服从正态分布, 过去的均值为 20.0, 现换了新材料, 从产品中随机抽取 8 个样品, 测得的长度为(单位: cm):

20.0, 20.2, 20.1, 20.0, 20.2, 20.3, 19.8, 19.5

问用新材料做的零件平均长度是否起了变化 ($\alpha = 0.05$) .

解: 由已知条件可求得: $\bar{x} = 20.0125$ $s^2 = 0.0671$

$$|T| = \left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \right| = \left| \frac{20.0125 - 20}{0.259/\sqrt{8}} \right| = \frac{0.035}{0.259} = 0.1365$$

$$\lambda = t(n-1, 0.05) = t(9, 0.05) = 2.62$$

$\therefore |T| < 2.62 \therefore$ 接受 H_0

即用新材料做的零件平均长度没有变化。

26、某切割机在正常工作时, 切割的每段金属棒长服从正态分布, 且其平均长度为 10.5cm, 标准差为 0.15cm. 从一批产品中随机地抽取 4 段进行测量, 测得的结果如下: (单位: cm)

10.4, 10.6, 10.1, 10.4

问: 该机工作是否正常 ($\alpha = 0.05, u_{0.975} = 1.96$) ?

解: 零假设 $H_0: \mu = 10.5$. 由于已知 $\sigma = 0.15$, 故选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

经计算得 $\bar{x} = 10.375, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0.15}{\sqrt{4}} = 0.075$,

$$\left| \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \right| = \left| \frac{10.375 - 10.5}{0.075} \right| = 1.67$$

由已知条件 $u_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1.96$, 且 $\left| \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \right| = 1.67 < 1.96 = u_{1-\frac{\alpha}{2}}$

故接受零假设, 即该机工作正常。

27、某射手连续向一目标射击, 直到命中为止. 已知他每发命中的概率是 p , 求所需设计次数的概率分布。

解: $P\{X=1\} = P$

$$P\{X=2\} = (1-p)P$$

$$P\{X=3\} = (1-p)^2 P$$

.....

$$P\{X=k\} = (1-p)^{k-1} P$$

.....

故 X 的概率分布是

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & k & \dots \\ p & (1-p)p & (1-p)^2 p & \dots & (1-p)^{k-1} p & \dots \end{bmatrix}$$

28、某射手射击一次命中靶心的概率是 0.8, 该射手连续射击 5 次, 求:

(1) 命中靶心的概率; (2) 至少 4 次命中靶心的概率。

解: 射手连续射击 5 次, 命中靶心的次数 $X \sim B(5, 0.8)$ (1) 设: “命中靶心”, 则

$$P(A) = P\{X > 0\} = 1 - P\{X=0\} = 1 - C_5^0 0.8^0 0.2^5 = 1 - 0.00032 = 0.99968$$

(2) 设 B: “至少 4 次命中靶心”, 则

$$P(B) = P\{X \geq 4\} = P\{X=4\} + P\{X=5\} = C_5^4 0.8^4 0.2 + C_5^5 0.8^5 0.2^0 = 0.73728$$

29、某校全年级学生的期末考试成绩服从正态分布 $N(85, 10^2)$, 现随机抽取该年级某 16 名学生的该次考试成绩, 得平均分为 $\bar{x} = 80$. 假设标准差没有改变, 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 问能否认为该班的英语平均成绩为 85 分 (已知 $u_{0.975} = 1.96$) .

14. 解: 零假设 $H_0: \mu = 85; H_1: \mu \neq 85$

由于标准差没有改变, 故已知 $\sigma_0 = 10$, 选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}} \quad (5 \text{分})$$

由已知, $\bar{x} = 80, \mu_0 = 85, \sigma_0 = 10, n = 16, u_{0.975} = 1.96$. 于是可得

$$U = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}} = \frac{80 - 85}{10/\sqrt{16}} = -2 \quad (10 \text{分})$$

在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, $|U| = \left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}} \right| = 2 > u_{0.975} = 1.96$, 因此拒绝零假设 H_0 , 即不能认为该班的英语平均成绩为 85 分. (16分)

30、某一批零件长度 $X \sim N(\mu, 0.2)$, 随机抽取 4 个测得长度(单位: cm) 为 14.7, 15.1, 14.8, 15.0 可否认为这批零件的平均长度为 15cm ($\alpha = 0.05, u = 1.96$) ?

14. 某一批零件长度 $X \sim N(\mu, 0.2^2)$, 随机抽取 4 个测得长度(单位: cm) 为

14.7, 15.1, 14.8, 15.0

可否认为这批零件的平均长度为 15cm ($\alpha = 0.05, u_{0.975} = 1.96$) ?

14. 解: 零假设 $H_0: \mu = 15$. 由于已知 σ^2 , 故选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1) \dots\dots\dots$$

已知 $\frac{\sigma}{\sqrt{4}} = 0.1$, 经计算得 $\bar{x} = 14.9, \left| \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \right| = \left| \frac{14.9 - 15}{0.1} \right| = 1$

由已知条件 $u_{0.975} = 1.96$, 且 $\left| \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \right| = 1 \leq 1.96 = u_{0.975}$

故接受假设, 即可以认为这批零件的平均长度为 15cm.

31、某一批零件重量 $X \sim N(\mu, 0.04)$, 随机抽取 4 个测得重量(单位: 千克) 为

14.7, 15.1, 14.8, 15.2

可否认为这批零件的平均重量为 15 千克 ($\alpha = 0.05$) (已知 $u_{0.975} = 1.96$)

解: 零假设 $H_0: \mu = 15$. 由于已知 σ^2 , 故选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

经计算得

$$\bar{x} = 14.95, \left| \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \right| = \left| \frac{14.95 - 15}{0.2/\sqrt{4}} \right| = 0.5$$

已知 $u_{0.975} = 1.96$,

$$\left| \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \right| = 0.5 \leq 1.96 = u_{0.975}$$

故接受零假设, 即可以认为这批零件的平均重量为 15 千克.

32、判断向量 β 能否由向量组

判断向量 β 能否由向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表出, 若能, 写出一种表出方式. 其中

$$\beta = \begin{bmatrix} -8 \\ -3 \\ 7 \\ -10 \end{bmatrix}, \alpha_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 7 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \alpha_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \alpha_3 = \begin{bmatrix} -5 \\ -6 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

解: 向量 β 能否由向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表出, 当且仅当方程组 $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 = \beta$ 有解

$$\bar{A} = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta] = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -5 & -8 \\ 7 & -5 & -6 & -3 \\ 1 & 0 & 3 & 7 \\ 3 & -2 & 1 & -10 \end{bmatrix} \rightarrow$$

这里

$$\dots \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & -3 & 41 \\ 0 & 0 & 10 & -117 \\ 0 & 0 & 0 & 571 \end{bmatrix}$$

$$R(\bar{A}) \neq R(A)$$

\therefore 方程组无解

\therefore β 不能由向量 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表出

33、求 k 为何值时, 线性方程组 $(2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2 \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 = k \end{cases}$$

有解, 并求出全部解.

12. 解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 4 & 2 \\ 1 & 7 & -4 & 11 & k \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & -5 & 3 & -7 & -3 \\ 0 & 5 & -3 & 7 & k-2 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & -5 & 3 & -7 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k-5 \end{bmatrix}$$

当 $k=5$ 时, 方程组有解, 且方程组的一般解为

$$\begin{cases} x_1 = \frac{4}{5} - \frac{1}{5}x_3 - \frac{6}{5}x_4 \\ x_2 = \frac{3}{5} + \frac{3}{5}x_3 - \frac{7}{5}x_4 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_3, x_4 \text{ 为自由未知量})$$

令 $x_3 = x_4 = 0$, 得到方程组的一个特解 $X_0 = (\frac{4}{5} \quad \frac{3}{5} \quad 0 \quad 0)'$.

方程组相应的齐次方程组

的一般解为

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{1}{5}x_3 - \frac{6}{5}x_4 \\ x_2 = \frac{3}{5}x_3 - \frac{7}{5}x_4 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_3, x_4 \text{ 为自由未知量})$$

在上式中分别令自由未知量 $x_3 = -5, x_4 = 0$ 和 $x_3 = 0, x_4 = -5$

得到齐次方程组的一个基础解系

$$X_1 = (1 \quad -3 \quad -5 \quad 0)', X_2 = (6 \quad 7 \quad 0 \quad -5)'$$

于是, 方程组的全部解为

$$X = X_0 + k_1 X_1 + k_2 X_2 \quad (\text{其中 } k_1, k_2 \text{ 为任意常数})$$

34、求矩阵 $[1011011]$ 的秩.

求矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 3 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 的秩.

解: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 3 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{-r_1+r_2 \\ -r_1+r_3 \\ -2r_1+r_4}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}$
 $\xrightarrow{-r_2+r_4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{-r_3+r_4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$$\therefore R(A) = 3$$

35、求齐次线性方程组 $2x_1 - x_2 - x_3 + 4x_4 = 0$ 的一个基础解系和通解

求齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + 4x_4 = 0 \\ x_1 - 4x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$ 的一个基础解系和通解.

12. 解: 将齐次线性方程组的系数矩阵化为阶梯形

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & -4 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -7 & 6 \\ 0 & 1 & -7 & 6 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -7 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & -7 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1 = 4x_3 - 5x_4 \\ x_2 = 7x_3 - 6x_4 \end{cases}$ (其中 x_3, x_4 是自由未知量). (7分)

令 $x_3 = 1, x_4 = 0$, 得相应的解向量为

$$X_1 = [4 \quad 7 \quad 1 \quad 0]', \quad (10分)$$

令 $x_3 = 0, x_4 = 1$, 得相应的解向量为

$$X_2 = [-5 \quad -6 \quad 0 \quad 1]',$$

于是, (X_1, X_2) 即为方程组的一个基础解系. (13分)

方程组的通解为 $k_1 X_1 + k_2 X_2$ (其中 k_1, k_2 为任意常数). (16分)

36、求齐次线性方程组 $\{x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 0$ 的通解.

求齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + 6x_2 + 9x_3 + 5x_4 + 3x_5 = 0 \\ -x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases}$ 的通解.

解: $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 9 & 5 & 3 \\ -1 & -3 & 3 & 0 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

一般解为 $\begin{cases} x_1 = -3x_2 - x_4 \\ x_2 = -\frac{1}{3}x_4 \\ x_3 = 0 \end{cases}$, 其中 x_2, x_4 是自由元

令 $x_2=1, x_4=0$, 得 $X_1 = (-3, 1, 0, 0, 0)'$;

$x_2=0, x_4=3$, 得 $X_2 = (-3, 0, -1, 3, 0)'$

所以原方程组的一个基础解系为 $\{X_1, X_2\}$.

原方程组的通解为: $k_1 X_1 + k_2 X_2$, 其中 k_1, k_2 是任意常数.

37、求齐次线性方程组 $\{x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 7x_4 = 0\}$ 的一个基础解系和通解.

12. 求齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 7x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 5x_4 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + 5x_3 - 12x_4 = 0 \\ 5x_1 - 8x_2 + 6x_3 - 17x_4 = 0 \end{cases}$$

的一个基础解系和通解.

12. 解: 将方程组的系数矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 & -7 \\ 2 & -3 & 1 & -5 \\ 3 & -5 & 5 & -12 \\ 5 & -8 & 6 & -17 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 & -7 \\ 0 & 1 & -7 & 9 \\ 0 & 1 & -7 & 9 \\ 0 & 2 & -14 & 18 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -10 & 11 \\ 0 & 1 & -7 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

由此知 x_3 和 x_4 为自由元.

令 $x_3=1, x_4=0$, 得相应的解向量

$$X_1 = (10 \ 7 \ 1 \ 0)'$$

令 $x_3=0, x_4=1$, 得相应的解向量

$$X_2 = (-11 \ -9 \ 0 \ 1)'$$

于是, $\{X_1, X_2\}$ 即为方程组的一个基础解系, 方程组的通解为

$$k_1 X_1 + k_2 X_2 \text{ (其中 } k_1, k_2 \text{ 为任意常数)}$$

38、求齐次线性方程组 $\{x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 0\}$

求齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \\ -5x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ -x_1 - 11x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_4 = 0 \end{cases}$$

的一个基础解系.

解:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -2 \\ -5 & 1 & -2 & 3 \\ -1 & -11 & 2 & -5 \\ 3 & 5 & 0 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{5r_1+r_2 \\ r_1+r_3 \\ -3r_1+r_4}} \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & -14 & 3 & -7 \\ 0 & -14 & 3 & -7 \\ 0 & 14 & -3 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\substack{-\frac{3}{14}r_2+r_1 \\ -\frac{1}{14}r_2+r_3 \\ -\frac{1}{14}r_2+r_4}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{5}{14} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -14 & 3 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{-\frac{1}{14}r_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{5}{14} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{14} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\frac{1}{3}r_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{5}{14} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{14} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{\frac{1}{2}r_3+r_1 \\ \frac{1}{2}r_3+r_2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{5}{14} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

∴ 方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1 = -\frac{5}{14}x_3 \\ x_2 = \frac{3}{14}x_3 \\ x_4 = 0 \end{cases}$

令 $x_3=1$, 得基础解系 $\xi = \begin{bmatrix} -\frac{5}{14} \\ \frac{3}{14} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

39、求齐次线性方程组 $\{x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 0\}$ 的通解.

求齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + 4x_4 = 0 \\ x_1 - 4x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$ 的通解.

解: 将齐次线性方程组的系数矩阵化为阶梯形

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & -4 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 7 & 6 \\ 0 & 1 & -7 & 56 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -7 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & -7 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1 = 4x_3 - 5x_4 \\ x_2 = 7x_3 - 6x_4 \end{cases}$, 其中 x_3, x_4 是自由未知数.

40、求下列线性方程组 $\{2X_1 - 4X_2 + 5X_3 + 3X_4 = 5\}$ 的通解.

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 5 \\ 3x_1 - 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 5 \\ 4x_1 - 8x_2 + 15x_3 + 11x_4 = 15 \end{cases}$$

解: 利用初等行变换, 将方程组的增广矩阵化成行简化阶梯形矩阵, 即

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 5 & 3 & 5 \\ 3 & -6 & 5 & 2 & 5 \\ 4 & -8 & 15 & 11 & 15 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & -4 & 5 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

方程组的一般解为: $\begin{cases} x_1 = 2x_2 + x_4 \\ x_3 = -x_4 + 1 \end{cases}$, 其中 x_2, x_4 是自由未知量.

令 $x_2 = x_4 = 0$, 得方程组的一个特解 $X_0 = (0, 0, 1, 0)'$.

方程组的导出组的一般解为:

$$\begin{cases} x_1 = 2x_2 + x_4 \\ x_3 = -x_4 \end{cases}, \text{其中 } x_2, x_4 \text{ 是自由未知量.}$$

令 $x_2 = 1, x_4 = 0$, 得导出组的解向量 $X_1 = (2, 1, 0, 0)'$;

令 $x_2 = 0, x_4 = 1$, 得导出组的解向量 $X_2 = (1, 0, -1, 1)'$.

所以方程组的通解为:

$$X = X_0 + k_1 X_1 + k_2 X_2 = (0, 0, 1, 0)' + k_1(2, 1, 0, 0)' + k_2(1, 0, -1, 1)',$$

其中 k_1, k_2 是任意实数.

41、求下列线性方程组 $\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 11 \\ -3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = -5 \\ -x_1 - 9x_2 - 4x_4 = 17 \\ 5x_1 + 3x_2 + 6x_3 - x_4 = -1 \end{cases}$ 的全部解.

求下列线性方程组的全部解.

$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 11 \\ -3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = -5 \\ -x_1 - 9x_2 - 4x_4 = 17 \\ 5x_1 + 3x_2 + 6x_3 - x_4 = -1 \end{cases}$$

解:

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 & -3 & 11 \\ -3 & 1 & -4 & 2 & -5 \\ -1 & -9 & 0 & -4 & 17 \\ 5 & 3 & 6 & -1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{3r_1+r_2 \\ r_1+r_3 \\ -5r_1+r_4}} \begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 & -3 & 11 \\ 0 & -14 & 2 & -7 & 28 \\ 0 & -14 & 2 & -7 & 28 \\ 0 & 28 & -4 & 14 & -56 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\substack{\frac{5}{14}r_2+r_1 \\ -\frac{1}{14}r_2+r_3 \\ \frac{1}{2}r_2+r_4}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{9}{7} & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & -14 & 2 & -7 & 28 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{-\frac{1}{14}r_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{9}{7} & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{7} & \frac{1}{2} & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \text{方程组一般解为} \begin{cases} x_1 = -\frac{7}{9}x_3 + \frac{1}{2}x_4 + 1 \\ x_2 = -\frac{1}{7}x_3 - \frac{1}{2}x_4 - 2 \end{cases}$$

令 $x_3 = k_1, x_4 = k_2$, 这里 k_1, k_2 为任意常数, 得方程组通解

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{7}{9}k_1 + \frac{1}{2}k_2 + 1 \\ \frac{1}{7}k_1 - \frac{1}{2}k_2 - 2 \\ k_1 \\ k_2 \end{pmatrix} = k_1 \begin{pmatrix} -\frac{7}{9} \\ \frac{1}{7} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + k_2 \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

42、求线性方程组 $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 + 8x_2 - 2x_3 = 13 \\ 4x_1 - x_2 + 9x_3 = -6 \end{cases}$ 的通解.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 + 8x_2 - 2x_3 = 13 \\ 4x_1 - x_2 + 9x_3 = -6 \end{cases}$$

的通解.

答案:

12. 解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \\ 3 & 8 & -2 & 13 \\ 4 & -1 & 9 & -6 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 & -5 \\ 0 & 7 & -7 & 14 \\ 0 & 14 & -14 & 28 \\ 0 & 7 & -7 & 14 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 & -5 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{方程组的一般解为} \begin{cases} x_1 = -2x_3 - 1 \\ x_2 = x_3 + 2 \end{cases} \text{ (其中 } x_3 \text{ 为自由元).}$$

令 $x_3 = 0$, 得到方程组的一个特解为 $X_0 = (-1, 2, 0)'$.

不计最后一列, 令 $x_3 = 1$, 得到相应的齐次线性方程组的一个基础解系

$$X_1 = (-2, 1, 1)'$$

于是, 方程组的通解为 $X = X_0 + kX_1$ (其中 k 为任意常数).

43、求线性方程组 $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ -2x_1 + 7x_2 - 2x_3 + x_4 = -2 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - 4x_2 + 8x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}$ 的全部解.

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ -2x_1 + 7x_2 - 2x_3 + x_4 = -2 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - 4x_2 + 8x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}$$
 的全部解.

解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ -2 & 7 & -2 & 1 & -2 \\ 1 & -4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & -4 & 8 & 2 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 6 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 6 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

方程组的一般解为

$$\begin{cases} x_1 = 1 + 5x_4 \\ x_2 = x_4 \\ x_3 = -x_4 \end{cases} \text{ (其中 } x_4 \text{ 为自由未知量)}$$

令 $x_4 = 0$, 得到方程的一个特解 $X_0 = (1, 0, 0, 0)'$.

方程组相应的齐次方程的一般解为

$$\begin{cases} x_1 = 5x_4 \\ x_2 = x_4 \\ x_3 = -x_4 \end{cases} \text{ (其中 } x_4 \text{ 为自由未知量)}$$

令 $x_4 = 1$, 得到方程的一个基础解系 $X_1 = (5, 1, -1, 1)'$.

于是, 方程组的全部解为

$$X = X_0 + kX_1 \text{ (其中 } k \text{ 为任意常数)}$$

44、求线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 3 \end{cases}$ 的全部解.

求线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ x_2 - 2x_3 - 3x_4 = -4 \\ -3x_1 + 2x_2 - x_3 - 9x_4 = -5 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 8x_4 = 8 \end{cases}$$
 的全部解.

解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & -4 \\ -3 & 2 & -1 & -9 & -5 \\ 2 & -1 & 3 & 8 & 8 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & -4 \\ 0 & 5 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & -3 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & 12 & 12 & 24 \\ 0 & 0 & -5 & -5 & -10 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

此时相应齐次方程组的一般解为 \leftarrow

$$\begin{cases} x_1 = -2x_4 \\ x_2 = x_4 \\ x_3 = -x_4 \end{cases} \quad x_4 \text{ 是自由未知量}$$

令 $x_4 = 1$, 得齐次方程组的一个基础解系

$$X_1 = [-2 \ 1 \ -1 \ 1]'$$

令 $x_4 = 0$, 得非齐次方程组的一个特解 \leftarrow

$$X_0 = [1 \ 0 \ 2 \ 0]'$$

由此得原方程组的全部解为 \leftarrow

$$X = X_0 + kX_1 \quad (\text{其中 } k \text{ 为任意常数})$$

45、求线性方程组 $x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -5$ 的通解

求线性方程组
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 + 8x_2 - 2x_3 = 13 \\ 4x_1 - x_2 + 9x_3 = -6 \end{cases}$$
 的通解.

解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \\ 3 & 8 & -2 & 13 \\ 4 & -1 & 9 & -6 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 & -5 \\ 0 & 7 & -7 & 14 \\ 0 & 14 & -14 & 28 \\ 0 & 7 & -7 & 14 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 & -5 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1 = -2x_3 - 1 \\ x_2 = x_3 + 2 \end{cases}$ (其中 x_3 为自由未知数).

令 $x_3 = 0$, 得到方程组的一个特解为 $X_0 = [-1 \ 2 \ 0]'$.

不计最后一列, 令 $x_3 = 1$, 得到相应的齐次线性方程组的一个基础解系

$$X_1 = [-2 \ 1 \ 1]'$$

于是, 方程组的通解为 $X = X_0 + kX_1$ (其中 k 为任意常数).

46、设 A, B, C 为三个事件, 试用 A, B, C 的运算分别表示下列事件:

- (1) A, B, C 中至少有一个发生;
- (2) A, B, C 中只有一个发生;
- (3) A, B, C 中至多有一个发生;
- (4) A, B, C 中至少有两个发生;
- (5) A, B, C 中不多于两个发生;
- (6) A, B, C 中只有 C 发生.

解: (1) $A+B+C$

(2) $A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C$

(3) $A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$

(4) $AB + AC + BC$

(5) $\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$

(6) $\bar{A}\bar{B}C$

47、设 A, B 是两个随机事件, 已知 $P(A)=0.4, P(A+B)=0.5, P(A|B)=0.45$, 求

- (1) $P(AB)$; (2) $P(\overline{A+B})$.

解: (1) $P(AB) = P(B|A)P(A) = 0.45 \times 0.4 = 0.18$

(2) $P(\overline{A+B}) = 1 - P(A+B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(AB)]$
 $= 1 - [0.4 + 0.5 - 0.18] = 0.28$

48、设 A, B 是两个随机事件, 已知 $P(A)=0.6, P(A+B)=0.84, P(AB)=0.4$, 计算 $P(B)$.

13. 解: $P(AB) = P(A) - P(A\bar{B}) = 0.6 - 0.4 = 0.2$

$P(B) = P(A+B) + P(AB) - P(A) = 0.84 + 0.2 - 0.6 = 0.44$

49、设 $A=[-121], B=[103], C=[-114]$, 求 $AC+BC$.

设 $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 4 \\ 3 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$,

求 $AC+BC$.

解: $AC+BC = (A+B)C = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 4 \\ 3 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -4 & 10 \\ -2 & 2 & 10 \end{bmatrix}$

50、设 $A=[12]$, 求 $A+B$; (2) $A+C$; (3) AB ; (4) $(AB)^*C$.

设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$,

(1) 求 $A+B$;

(2) $A+C$;

(3) AB ;

(4) $(AB)^*C$.

解:

$$A+B = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 8 \end{bmatrix} \quad A+C = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 7 & 7 \\ 23 & 12 \end{bmatrix} \quad (AB)^*C = \begin{bmatrix} 56 & 21 \\ 151 & 80 \end{bmatrix}$$

51、设 AB 为两个事件, 试用文字表示下列各个事件的含义:

- (1) $A+B$; (2) AB ; (3) $A-B$;
- (4) $A-AB$; (5) $\bar{A}\bar{B}$; (6) $\overline{A\bar{B}}$.

解: \leftarrow

- (1) $A+B$ 表示事件 A 与事件 B 至少有一个发生;
- (2) AB 表示事件 A 与事件 B 同时发生;
- (3) $A-B$ 表示事件 A 发生但事件 B 不发生;
- (4) $A-AB = \overline{A}B$ 表示事件 A 发生时事件 B 不发生;
- (5) $\overline{AB} = \overline{A} \cup \overline{B}$ 表示事件 A 不发生同时事件 B 也不发生;
- (6) $\overline{AB} + \overline{AB} = A+B-AB$ 表示事件 A 发生或事件 B 发生, 但两事件不同时发生。

52、设 A 是 n 阶矩阵, 若 $A=0$, 同 $(I-A)=I+A+A^2$ 。

设 A 是 n 阶矩阵, 若 $A^3=0$, 则 $(I-A)^{-1} = I+A+A^2$ 。

15. 证明: 因为 $(I-A)(I+A+A^2)$

$$= I+A+A^2 - A - A^2 - A^3 = I - A^3 = I$$

所以 $(I-A)^{-1} = I+A+A^2$

53、设 X_1, X_2, \dots, X_n 是独立同分布的随机变量,

设 X_1, X_2, \dots, X_n 是独立同分布的随机变量, \leftarrow

已知 $E(X_1) = \mu, D(X_1) = \sigma^2$, 设 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, 求 $E(\bar{X}), D(\bar{X})$ 。

解: $E(\bar{X}) = E\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i\right) = \frac{1}{n} E(X_1 + X_2 + \dots + X_n)$

$$= \frac{1}{n} [E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_n)]$$

$$= \frac{1}{n} n\mu = \mu \leftarrow$$

$$D(\bar{X}) = D\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i\right) = \frac{1}{n^2} D(X_1 + X_2 + \dots + X_n)$$

$$= \frac{1}{n^2} [D(X_1) + D(X_2) + \dots + D(X_n)]$$

$$= \frac{1}{n^2} \cdot n\sigma^2 = \frac{1}{n} \sigma^2 \leftarrow$$

54、设 $X \sim f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 求 $E(X), D(X)$ 。

解: $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = \int_0^1 x \cdot 2xdx = \frac{2}{3} x^3 \Big|_0^1 = \frac{2}{3} \leftarrow$

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx = \int_0^1 x^2 \cdot 2xdx = \frac{2}{4} x^4 \Big|_0^1 = \frac{1}{2} \leftarrow$$

$$D(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = \frac{1}{2} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{18} \leftarrow$$

55、设 $X \sim N(1, 0.04)$, 试求: (1) $P(X < 1.2)$; (2) $P(0.7 < X < 1.1)$ 。(已知

$\Phi(0.5) = 0.6915, \Phi(1) = 0.8413, \Phi(1.5) = 0.9332, \Phi(3) = 0.9987$)

13. 解: (1) $P(X < 1.2) = P\left(\frac{X-1}{0.2} < \frac{1.2-1}{0.2}\right) = P\left(\frac{X-1}{0.2} < 1\right) = \Phi(1) = 0.8413$

(2) $P(0.7 < X < 1.1) = P\left(\frac{0.7-1}{0.2} < \frac{X-1}{0.2} < \frac{1.1-1}{0.2}\right) = P(-1.5 < \frac{X-1}{0.2} < 0.5)$
 $= \Phi(0.5) + \Phi(1.5) - 1 = 0.6915 + 0.9332 - 1 = 0.6247 \leftarrow$

56、设 $X \sim N(1, 0.62)$

计算(1) $P(0.2 < X < 1.8)$; (2) $P(X > 0)$ 。

解: $P(0.2 < X < 1.8) = P(-1.33 < \frac{X-1}{\sqrt{0.62}} < 1.33) = \Phi(1.33) - \Phi(-1.33) = 2\Phi(1.33) - 1$

$$= 2 \times 0.9082 - 1 = 0.8164$$

$$P(X > 0) = P\left(\frac{X-1}{\sqrt{0.62}} < \frac{0-1}{\sqrt{0.62}}\right) = 1 - \Phi(1.67) = 1 - 0.9525 = 0.0475$$

57、设 $X \sim N(1, 9)$, 试求: (1) $P(X < 4)$; (2) 求常数 a, 使得 $P(|X-1| < a) = 0.9974$ 。(已知 $\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772, \Phi(3) = 0.9987$)

13. 设 $X \sim N(1, 9)$, 试求: (1) $P(X < 4)$; (2) 求常数 a, 使得 $P(|X-1| < a) = 0.9974$ 。(已知 $\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772, \Phi(3) = 0.9987$)

13. 解: (1) $P(X < 4) = P\left(\frac{X-1}{3} < \frac{4-1}{3}\right) = P\left(\frac{X-1}{3} < 1\right) = \Phi(1) = 0.8413$

(2) $P(|X-1| < a) = P\left(\left|\frac{X-1}{3}\right| < \frac{a}{3}\right) = P\left(-\frac{a}{3} < \frac{X-1}{3} < \frac{a}{3}\right)$
 $= \Phi\left(\frac{a}{3}\right) - \Phi\left(-\frac{a}{3}\right) = 2\Phi\left(\frac{a}{3}\right) - 1 = 0.9974$

因此, $\Phi\left(\frac{a}{3}\right) = 0.9987$ 。由已知可得 $\frac{a}{3} = 3$, 从而 $a = 9$ 。

58、设 $X \sim N(2, 25)$, 试求: (1) $P(12 < X < 17)$; (2) $P(X > -3)$ 。(已知

$\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772, \Phi(3) = 0.9987$)

13. 设 $X \sim N(2, 25)$, 试求: (1) $P(12 < X < 17)$; (2) $P(X > -3)$ 。(已知 $\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772, \Phi(3) = 0.9987$)

13. 解: (1) $P(12 < X < 17) = P\left(\frac{12-2}{5} < \frac{X-2}{5} < \frac{17-2}{5}\right) = P\left(2 < \frac{X-2}{5} < 3\right)$
 $= \Phi(3) - \Phi(2) = 0.9987 - 0.9772 = 0.0215 \dots (8 \text{分})$

(2) $P(X > -3) = P\left(\frac{X-2}{5} > \frac{-3-2}{5}\right) = P\left(\frac{X-2}{5} > -1\right) = \Phi(1) = 0.8413$

.....(16分)

59、设 $X \sim N(2, 9)$, 试求: (1) $P(X < 11)$; (2) $P(5 < X < 8)$ 。(已知

$\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772, \Phi(3) = 0.9987$)

13. 设 $X \sim N(2, 9)$, 试求: (1) $P(X < 11)$; (2) $P(5 < X < 8)$ 。

(已知 $\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772, \Phi(3) = 0.9987$)

13. 解: (1) $P(X < 11) = P\left(\frac{X-2}{3} < \frac{11-2}{3}\right)$

$$= P\left(\frac{X-2}{3} < 3\right) = \Phi(3) = 0.9987$$

(2) $P(5 < X < 8) = P\left(\frac{5-2}{3} < \frac{X-2}{3} < \frac{8-2}{3}\right) = P\left(1 < \frac{X-2}{3} < 2\right)$
 $= \Phi(2) - \Phi(1) = 0.9772 - 0.8413 = 0.1359$

60、设 $X \sim N(20, 2^2)$, 试求: (1) $P(22 < X < 26)$; (2) $P(X > 24)$ 。(已

$\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772, \Phi(3) = 0.9987$)

13. 解: (1) $P(22 < X < 26) = P\left(\frac{22-20}{2} < \frac{X-20}{2} < \frac{26-20}{2}\right) = P\left(1 < \frac{X-20}{2} < 3\right)$
 $= \Phi(3) - \Phi(1) = 0.9987 - 0.8413 = 0.1574 \dots (8 \text{分})$

(2) $P(X > 24) = 1 - P(X \leq 24) = 1 - P\left(\frac{X-20}{2} \leq \frac{24-20}{2}\right) = 1 - P\left(\frac{X-20}{2} \leq 2\right)$
 $= 1 - \Phi(2) = 1 - 0.9772 = 0.0228 \dots (16 \text{分})$

61、设 $X \sim N(20, 0.22)$, 计算

设 $X \sim N(20, 0.2^2)$, 计算 (1) $P(0.2 < X < 1.8)$; (2) $P(X > 0)$ 。

解: $X \sim N(3, 2^2)$, (1) $P(X < 1) = P\left(\frac{X-3}{2} < \frac{1-3}{2}\right) = \Phi(-1) = 1 - \Phi(1) = 0.1587$;

(2) $P(5 < X < 7) = P\left(1 < \frac{X-3}{2} < 2\right) = \Phi(2) - \Phi(1) = 0.9772 - 0.8413 = 0.1359$ 。

62、设 $X \sim N(3, 22)$,

设 $X \sim N(3, 2^2)$, 求 $P(X < 5)$ 和 $P(|X-3| < 1)$.

(其中 $\Phi(0.5) = 0.6915, \Phi(1) = 0.8413, \Phi(1.5) = 0.9332, \Phi(2) = 0.9772$)

解: 设 $Y = \frac{X-3}{2} \sim N(0, 1)$

$$P(X < 5) = P\left(\frac{X-3}{2} < \frac{5-3}{2}\right) = \Phi(1) = 0.8413$$

$$\begin{aligned} P(|X-3| < 1) &= P(0 < X < 2) = P\left(\frac{0-3}{2} < \frac{X-3}{2} < \frac{2-3}{2}\right) \\ &= P(-1.5 < Y < -0.5) = \Phi(-0.5) - \Phi(-1.5) \\ &= \Phi(1.5) - \Phi(0.5) = 0.9332 - 0.6915 = 0.2417 \end{aligned}$$

63. 设 $X \sim N(3, 2^2)$, 试求: (1) $P(X < 5)$; (2) $P(X > 9)$.

(已知 $\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772, \Phi(3) = 0.9987$)

解: (1) $P(X < 5) = P\left(\frac{X-3}{2} < \frac{5-3}{2}\right) = P\left(\frac{X-3}{2} < 1\right) = \Phi(1) = 0.8413$. (8分)

(2) $P(X > 9) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - P\left(\frac{X-3}{2} < \frac{9-3}{2}\right) = 1 - P\left(\frac{X-3}{2} < 3\right) = 1 - \Phi(3) = 1 - 0.9987 = 0.0013$.

64. 设 $X \sim N(3, 4)$, 试求:

(1) $P(X < 1)$; (2) $P(5 < X < 7)$.

(已知 $\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772, \Phi(3) = 0.9987$)

解: (1) $P(X < 1) = P\left(\frac{X-3}{2} < \frac{1-3}{2}\right) = P\left(\frac{X-3}{2} < -1\right) = \Phi(-1) = 1 - \Phi(1) = 1 - 0.8413 = 0.1587$.

(2) $P(5 < X < 7) = P\left(\frac{5-3}{2} < \frac{X-3}{2} < \frac{7-3}{2}\right) = P\left(1 < \frac{X-3}{2} < 2\right) = \Phi(2) - \Phi(1) = 0.9772 - 0.8413 = 0.1359$.

65. 设 $X \sim N(3, 4)$, 试求:

设 $X \sim N(3, 4)$, 试求: (1) $P(5 < X < 9)$; (2) $P(X > 7)$.

(已知 $\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772, \Phi(3) = 0.9987$)

解: (1) $P(5 < X < 9) = P\left(\frac{5-3}{2} < \frac{X-3}{2} < \frac{9-3}{2}\right) = P\left(1 < \frac{X-3}{2} < 3\right) = \Phi(3) - \Phi(1) = 0.9987 - 0.8413 = 0.1574$.

(2) $P(X > 7) = P\left(\frac{X-3}{2} > \frac{7-3}{2}\right) = P\left(\frac{X-3}{2} > 2\right) = 1 - P\left(\frac{X-3}{2} \leq 2\right) = 1 - \Phi(2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$.

66. 设 $X \sim N(3, 4)$, 试求: (1) $P(X < 1)$; (2) $P(5 < X < 9)$. (已知

$\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772, \Phi(3) = 0.9987$)

13. 设 $X \sim N(3, 4)$, 试求: (1) $P(X < -1)$; (2) $P(5 < X < 9)$.

(已知 $\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772, \Phi(3) = 0.9987$)

13. 解: (1) $P(X < -1) = P\left(\frac{X-3}{2} < \frac{-1-3}{2}\right) = P\left(\frac{X-3}{2} < -2\right) = \Phi(-2) = 1 - \Phi(2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$

(2) $P(5 < X < 9) = P\left(\frac{5-3}{2} < \frac{X-3}{2} < \frac{9-3}{2}\right) = P\left(1 < \frac{X-3}{2} < 3\right) = \Phi(3) - \Phi(1) = 0.9987 - 0.8413 = 0.1574$

67. 设 $X \sim N(5, 4)$, 试求 (1) $P(5 < X < 9)$; (2) $P(X > 7)$. (已知

$\Phi(0) = 0.5, \Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9773$)

13. 设 $X \sim N(5, 4)$, 试求 (1) $P(5 < X < 9)$; (2) $P(X > 7)$. (已知 $\Phi(0) = 0$

$\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9773$)

13. 解: (1) $P(5 < X < 9) = P\left(\frac{5-5}{2} < \frac{X-5}{2} < \frac{9-5}{2}\right) = P\left(0 < \frac{X-5}{2} < 2\right) = \Phi(2) - \Phi(0) = 0.9773 - 0.5 = 0.4773$

(2) $P(X > 7) = P\left(\frac{X-5}{2} > \frac{7-5}{2}\right) = P\left(\frac{X-5}{2} > 1\right) = 1 - P\left(\frac{X-5}{2} \leq 1\right) = 1 - \Phi(1) = 1 - 0.8413 = 0.1587$

68. 设 $X \sim N(3, 2^2)$, 试求: (1) $P(X < 5)$; (2) $P(X > 9)$.

13. 设 $X \sim N(3, 2^2)$, 试求: (1) $P(X < 5)$; (2) $P(X > 9)$.

(已知 $\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772, \Phi(3) = 0.9987$)

解: (1) $P(X < 5) = P\left(\frac{X-3}{2} < \frac{5-3}{2}\right) = P\left(\frac{X-3}{2} < 1\right) = \Phi(1) = 0.8413$.

(2) $P(X > 9) = 1 - P(X \leq 9) = 1 - P\left(\frac{X-3}{2} \leq \frac{9-3}{2}\right) = 1 - P\left(\frac{X-3}{2} \leq 3\right) = 1 - \Phi(3) = 1 - 0.9987 = 0.0013$.

69. 设对总体 X 得到一个容量为 10 的样本值

4.5, 2.0, 1.0, 1.5, 3.5, 4.5, 6.5, 5.0, 3.5, 4.0

试分别计算样本均值 \bar{x} 和样本方差 s^2 .

解: $\bar{x} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = \frac{1}{10} \times 36 = 3.6$

$$s^2 = \frac{1}{10-1} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{9} \times 25.9 = 2.878$$

70. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$, 解矩阵方程 $AX = B$.

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$, 解矩阵方程 $AX = B'$.

11. 解: 因为 $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -7 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

得 $A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 2 \\ 7 & -4 & 2 \\ -3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

所以 $X = A^{-1}B' = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 2 \\ 7 & -4 & 2 \\ -3 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & -18 \\ 16 & -29 \\ -7 & 13 \end{bmatrix}$

71. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, 求 $A^{-1}B$.

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, 求 $A^{-1}B$.

11. 解: 利用初等行变换可得

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -8 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 3 & -2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

因此, $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \\ -\frac{3}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

于是, 由矩阵乘法可得

$$A^{-1}B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \\ -\frac{3}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 13 & 14 & 15 \\ -4 & -5 & -6 \end{bmatrix}$$

72. 设矩阵 $A=[1-1-3], B=[25], I$ 是 3 阶单位矩阵, 且有 $(I-A)X=B$, 求 x .

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & -2 & -7 \\ -3 & -4 & -8 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$, I 是 3 阶单位矩阵, 且有 $(I-A)$

$X=B$, 求 x .

解: 由矩阵减法运算得

$$I-A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & -2 & -7 \\ -3 & -4 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 7 \\ 3 & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 7 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 9 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -2 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

即

$$(I-A)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

由矩阵乘法运算得

$$X = (I-A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -9 & -15 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

73. 设矩阵 $A=[1-10], B=[200]$, 求 $A^{-1}B$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, \text{求 } A^{-1}B.$$

解: 利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -6 & -4 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

即 $A^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 1 \\ -5 & -3 & 1 \\ 6 & 4 & -1 \end{bmatrix}$

由矩阵乘法得

$$A^{-1}B = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 1 \\ -5 & -3 & 1 \\ 6 & 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -15 & 5 \\ -10 & -15 & 5 \\ 12 & 20 & -5 \end{bmatrix}$$

74. 设矩阵 $A=[1-12]$, 求 (1) $|A|$, (2) A^{-1} .

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 5 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$, 求 (1) $|A|$, (2) A^{-1} .

解: (1) $|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 5 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1$.

(2) 利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -5 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & -9 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

即 $A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 7 & -2 & -1 \\ 5 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

75. 设矩阵 $A=[100]$, 求 $(AA)^{-1}$.

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 求 $(AA)^{-1}$.

解: 由矩阵乘法和转置运算得

$$AA' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

即 $(AA')^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

76、设矩阵 $A=[1201], b[11]$, 求(1) $|A|$; (2) $(I-A)B$.

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$, 求 (1) $|A|$; (2) $(I-A)B$.

解: (1) $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \\ 7 & 1 & 13 & 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \\ 7 & 1 & 13 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 \\ 7 & 1 & 13 \end{vmatrix} = -25$

(2) 因为 $(I-A) = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 1 & -4 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & -4 & -3 & 0 \end{bmatrix}$

所以 $(I-A)B = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 1 & -4 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & -4 & -3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 4 \\ -2 & 5 \\ 5 & -3 \\ -9 & 0 \end{bmatrix}$.

77、设矩阵 $A=[122], B=[1-2]$, 已知 $AX=B$, 求 X .

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$, 已知 $AX=B$, 求 X .

11. 解: 利用初等行变换可得

$$[A \ I] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -5 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

因此, $A^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 2 \\ 5 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$.

于是由矩阵乘法可得

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 2 \\ 5 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ 0 & -7 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

78、设矩阵 $A=[122], B=[12], AX=B$, 求 X .

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$, $AX=B$, 求 X .

11. 解: 利用初等行变换可得

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -5 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

因此, $A^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 2 \\ 5 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$10分

于是由矩阵乘法可得

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 2 \\ 5 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 5 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

79、设矩阵 $A=[12], B=[1-2]$, 已知 $X=AX+B$, 求 X .

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, 已知 $XA=B$, 求 X .

解: 利用初等行变换可得

$$[A \ I] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

因此 $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$.

于是由矩阵乘法可得

$$X = BA^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 8 & -5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

80、设矩阵 $A=[12], B=[1-2]$, 已知 $XA=B$, 求 X .

解: 利用初等行变换可得

$$[A \ I] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

因此 $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

于是由矩阵乘法可得

$$X = BA^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 8 & -5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

注: 用伴随矩阵法求 A^{-1} 正确也可得分.

81、设矩阵 $A=[23-1], B=[123]$, 求(1) $|AB|$; (2) A^{-1} .

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, 求: (1) $|AB|$; (2) A^{-1} .

解: (1) 因为 $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -2$

$|B| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -1$

所以 $|AB| = |A||B| = 2$

(2) 因为 $[A \ I] = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 & 3/2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

所以 $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & 3/2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

82、设矩阵 $A=[234], B=[111]$, 那么 $A-B$ 可逆吗? 若可逆, 求逆矩阵 $(A-B)^{-1}$.

11. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, 那么 $A-B$ 可逆吗? 若可逆, 求逆矩阵

$(A-B)^{-1}$.

11. 解: 因为 $|A-B| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$

所以 $A-B$ 可逆.

又因为 $(A-B : I) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

所以 $(A-B)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

83、设某产品的性能指标服从正态分布 $N(\mu, \sigma)$, 从历史资料已知 $\mu=4$, 抽查 10 个样品, 求得均值为 17, 取显著性水平 $\alpha=0.05$, 问原假设 $H_0: \mu=20$ 是否成立.

12. 设某产品的性能指标服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 从历史资料已知 $\sigma=4$, 抽查 10 个样品, 求得均值为 17, 取显著性水平 $\alpha=0.05$, 问原假设 $H_0: \mu=20$ 是否成立.

解:

$|U| = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{17-20}{4/\sqrt{10}} = \frac{3}{4 \times 3.162} = 0.237$,

由 $\Phi(\lambda) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975$, 查表得: $\lambda = 1.96$

因为 $|U| = 0.237 < 1.96$, 所以拒绝 H_0 .

84、设某一批零件重量 X 服从正态分布 $N(\mu, 0.6^2)$, 随机抽取 9 个测得平均重量为 5 (单位: 千克), 试求此零件重量总体均值的置信度为 0.95 的置信区间 (已知 $u_{0.975} = 1.96$).

14. 设某一批零件重量 X 服从正态分布 $N(\mu, 0.6^2)$, 随机抽取 9 个测得平均重量: 千克), 试求此零件重量总体均值的置信度为 0.95 的置信区间 (已知 $u_{0.975} = 1.96$).

14. 解: 由于已知 σ^2 , 故选取样本函数

$U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$,

零件重量总体均值的置信度为 0.95 的置信区间为

$[\bar{x} - u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$.

由已知, $\bar{x} = 5, \sigma = 0.6, n = 9, u_{0.975} = 1.96$, 于是可得

$\bar{x} - u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 5 - 1.96 \times \frac{0.6}{\sqrt{9}} = 4.608$,

$\bar{x} + u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 5 + 1.96 \times \frac{0.6}{\sqrt{9}} = 5.392$,

因此, 零件重量总体均值的置信度为 0.95 的置信区间为 $[4.608, 5.392]$.

85、设某种零件长度 X 服从正态分布 $N(\mu, 2.25)$, 今从中任取 100 个零件抽检, 测得平均长度为 84.5cm, 试求此零件长度总体均值的置信度为 0.95 的置信区间 ($u_{0.975} = 1.96$).

答案: 由于已知 σ^2 故选取样本函数

$U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$

零件长度总体均值的置信度为 0.95 的置信区间为:

$[\bar{x} - u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$

由已知, $\bar{x} = 84.5, \sigma = 1.5, n = 100, u_{0.975} = 1.96$, 于是可得

$\bar{x} - u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 84.5 - 1.96 \times \frac{1.5}{\sqrt{100}} = 84.206$,

$\bar{x} + u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 84.5 + 1.96 \times \frac{1.5}{\sqrt{100}} = 84.794$,

因此, 此零件长度总体均值的置信度为 0.95 的置信区间为 $[84.206, 84.794]$.

86、设齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$, 问 λ 为何值时方程组有非零解? 在有非零解时, 求出通解.

12. 设齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 8x_2 + \lambda x_3 = 0 \end{cases}$$

问 λ 为何值时方程组有非零解? 在有非零解时, 求出通解.

12. 解: 因为

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & -5 & 3 \\ 3 & -8 & \lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & \lambda-6 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \lambda-5 \end{bmatrix}$$

当 $\lambda - 5 = 0$ 即 $\lambda = 5$ 时, $r(A) < 3$, 所以方程组有非零解.

方程组的一般解为: $\begin{cases} x_1 = x_3 \\ x_2 = x_3 \end{cases}$, 其中 x_3 为自由元.

令 $x_3 = 1$ 得 $X_1 = (1, 1, 1)'$, 则方程组的基础解系为 $\{X_1\}$.

通解为 $k_1 X_1$, 其中 k_1 为任意常数.

87. 设齐次线性方程组的系数矩阵经过初等行变换, 得

$$A \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ 求此齐次线性方程组的一个基础解系和通解.}$$

解: 因为 $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1 & -3/2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

得一般解: $\begin{cases} x_1 = -\frac{1}{2}x_3 \\ x_2 = \frac{3}{2}x_3 - x_4 \end{cases}$ (其 x_3, x_4 是自由元)

令 $x_3 = 2, x_4 = 0$, 得 $X_1 = [-1 \ 3 \ 2 \ 0]'$;

令 $x_3 = 0, x_4 = 1$, 得 $X_2 = [0 \ -1 \ 0 \ 1]'$.

所以, $\{X_1, X_2\}$ 是方程组的一个基础解系.

方程组的通解为: $x = k_1 X_1 + k_2 X_2$, 其中 k_1, k_2 是任意常数.

88. 设随机变量 $X \sim N(3, 4)$.

设随机变量 $X \sim N(3, 4)$. 求:

- (1) $P(1 < X < 7)$;
 - (2) 使 $P(X < a) = 0.9$ 成立的常数 a .
- (已知 $\Phi(1.0) = 0.8413, \Phi(1.28) = 0.9, \Phi(2.0) = 0.9773$).
- 解: (1) $P(1 < X < 7) = P(\frac{1-3}{2} < \frac{X-3}{2} < \frac{7-3}{2}) = P(-1 < \frac{X-3}{2} < 2) = \Phi(2) - \Phi(-1) = 0.9773 + 0.8413 - 1 = 0.8186$
- (2) 因为 $P(X < a) = P(\frac{X-3}{2} < \frac{a-3}{2}) = \Phi(\frac{a-3}{2}) = 0.9$
- 所以 $\frac{a-3}{2} = 1.28, a = 3 + 2 \times 1.28 = 5.56$

89. 设随机变量 $X \sim N(4, 1)$. (1) 求 $P(|X-4| > 2)$;

(2) 若 $P(X > k) = 0.9332$, 求 k 的值.

(已知 $\Phi(2) = 0.9775, \Phi(1) = 0.8413, \Phi(1.5) = 0.9332$).

解: (1) $P(|X-4| > 2) = 1 - P(|X-4| \leq 2)$

$$= 1 - P(-2 \leq X-4 \leq 2) = 1 - (\Phi(2) - \Phi(-2))$$

$$= 2(1 - \Phi(2)) = 0.0454$$

(2) $P(X > k) = P(X-4 > k-4)$

$$= 1 - P(X-4 \leq k-4)$$

$$= 1 - \Phi(k-4) = 0.9332 = \Phi(1.5)$$

$$\Phi(k-4) = 1 - \Phi(1.5) = \Phi(-1.5)$$

即 $k-4 = -1.5, k = 2.5$.

90. 设随机变量 $X \sim N(8, 4)$, 求 $P(7 < X < 9)$ 和 $P(X > 9)$. (其中

$\Phi(0.5) = 0.6915, \Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772$).

设随机变量 $X \sim N(8, 4)$, 求 $P(7 < X < 9)$ 和 $P(X > 9)$. (其中 $\Phi(0.5) = 0.6915, \Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772$).

解: $P(7 < X < 9) = P(\frac{7-8}{2} < \frac{X-8}{2} < \frac{9-8}{2})$

$$= P(-0.5 < \frac{X-8}{2} < 0.5) = 2\Phi(0.5) - 1$$

$$= 2 \times 0.6915 - 1 = 0.383$$

$P(X > 9) = P(\frac{X-8}{2} > \frac{9-8}{2}) = 1 - \Phi(0.5) = 1 - 0.6915 = 0.3085$

91. 设随机变量 $X \sim N(8, 4)$ 的. 求 $P(|x-8| < 1)$ 和

$P(X \leq 12)$. ($\Phi(0.5) = 0.6915, \Phi(1.0) = 0.8413, \Phi(2.0) = 0.9773$).

13. 设随机变量 $X \sim N(8, 4)$. 求 $P(|X-8| < 1)$ 和 $P(X \leq 12)$.

($\Phi(0.5) = 0.6915, \Phi(1.0) = 0.8413, \Phi(2.0) = 0.9773$).

13. 解: 因为 $X \sim N(8, 4)$, 则 $Y = \frac{X-8}{2} \sim N(0, 1)$.

所以 $P(|X-8| < 1) = P(\frac{|X-8|}{2} < 0.5) = P(-0.5 < \frac{X-8}{2} < 0.5)$

$$= \Phi(0.5) - \Phi(-0.5) = 2\Phi(0.5) - 1$$

$$= 2 \times 0.6915 - 1 = 0.383.$$

$P(X \leq 12) = P(\frac{X-8}{2} \leq \frac{12-8}{2})$

$$= \Phi(2) = 0.9773.$$

92. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2), \sigma = 0.04$, 取 X 的样本 X_1, X_2, \dots, X_{25} , 若

$\bar{x} = 11.2$, 求 μ 的置信度为 95% 的置信区间 ($u_{0.975} = 1.96$).

设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2), \sigma^2 = 0.04$, 取 X 的样本 x_1, x_2, \dots, x_{25} , 若 $\bar{x} = 11.2$, 求 μ 的置信度为 95% 的置信区间 ($u_{0.975} = 1.96$).

解: 已知 $\sigma^2 = 0.04, \sigma = 0.2, n = 25, \bar{x} = 11.2$

选取统计量 $U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$

得到置信度为 95% 的 μ 的置信区间为

$$[\bar{x} - u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$$

$$\bar{x} - u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 11.2 - 1.96 \times \frac{0.2}{5} = 11.1216$$

$$\bar{x} + u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 11.2 + 1.96 \times \frac{0.2}{5} = 11.2784$$

因此, 所求 μ 的置信度为 95% 的置信区间为 $[11.1216, 11.2784]$

93. 设随机变量 X 的概率分布为 $[0123456]$, 试求

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0.1 & 0.15 & 0.2 & 0.3 & 0.12 & 0.1 & 0.03 \end{bmatrix}$$

试求 $P(X \leq 4), P(2 \leq X \leq 5), P(X \neq 3)$.

解: $P(X \leq 4) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)$
 $= 0.1 + 0.15 + 0.2 + 0.3 + 0.12 = 0.87$
 $P(2 \leq X \leq 5) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5)$
 $= 0.2 + 0.3 + 0.12 + 0.1 = 0.72$
 $P(X \neq 3) = 1 - P(X=3) = 1 - 0.3 = 0.7$

94、设随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} kx^2, & -1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 求: (1) k ; (2) $E(X), D(X)$.

求: (1) k ; (2) $E(X), D(X)$.

解: (1) 因为 $1 = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \int_{-1}^2 kx^2 dx = \frac{k}{3} x^3 \Big|_{-1}^2 = 3k$, 所以 $k = \frac{1}{3}$

$$(2) E(X) = \int_{-1}^2 x \cdot \frac{1}{3} x^2 dx = \frac{1}{12} x^4 \Big|_{-1}^2 = \frac{5}{4}$$

$$E(X^2) = \int_{-1}^2 x^2 \cdot \frac{1}{3} x^2 dx = \frac{11}{5}$$

$$D(X) = E(X^2) - E^2(X) = \frac{51}{80}$$

95、设随机变量 X 具有概率密度 $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 试求

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

试求 $P(X \leq \frac{1}{2}), P(\frac{1}{4} < X < 2)$.

解: $P(X \leq \frac{1}{2}) = \int_{-\infty}^{\frac{1}{2}} f(x) dx = \int_0^{\frac{1}{2}} 2x dx = x^2 \Big|_0^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}$

$$P(\frac{1}{4} < X < 2) = \int_{\frac{1}{4}}^2 f(x) dx = \int_{\frac{1}{4}}^1 2x dx = x^2 \Big|_{\frac{1}{4}}^1 = \frac{15}{16}$$

96、设线性方程组 $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 5 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 6 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 5x_4 = \lambda \end{cases}$, 当 λ 为何值时, 方程组有解.

设线性方程组 $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 5 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 6 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 5x_4 = \lambda \end{cases}$, 当 λ 为何值时, 方程组有解

解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & 4 & -3 & 6 \\ 1 & -1 & -2 & 5 & \lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & -5 & 9 & -9 \\ 0 & 1 & -5 & 9 & -9 \\ 0 & 1 & -5 & 9 & \lambda - 5 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & -5 & 9 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda + 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -7 & 14 & -13 \\ 0 & 1 & -5 & 9 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda + 4 \end{bmatrix}$$

所以, 当 $\lambda = -4$ 时方程组有解, 且有无穷多解

所以, 当 $\lambda = -4$ 时方程组有解, 且有无穷多解

且方程组的一般解为

$$\begin{cases} x_1 = 7x_2 - 14x_3 - 13 \\ x_2 = 5x_3 - 9x_4 - 9 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_3, x_4 \text{ 为自由未知量})$$

令 $x_3 = x_4 = 0$, 得到方程组的一个特解 $X_0 = (-13 \ -9 \ 0 \ 0)^T$.

相应的齐次方程组的一般解为

$$\begin{cases} x_1 = 7x_2 - 14x_3 \\ x_2 = 5x_3 - 9x_4 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_2, x_3, x_4 \text{ 为自由未知量})$$

在上式中分别令自由未知量 $x_2 = 1, x_3 = 0$ 和 $x_2 = 0, x_3 = 1$ 得到齐次方程组的一个基础解系 $X_1 = (7 \ 5 \ 1 \ 0)^T, X_2 = (-14 \ -9 \ 0 \ 1)^T$

于是, 方程组的全部解为

$$X = X_0 + k_1 X_1 + k_2 X_2 \quad (\text{其中 } k_1, k_2 \text{ 为任意常数})$$

97、设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$,

设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$, 若 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s (s < m)$ 线性相关, 证明 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 线性相关.

证明: 因为向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性相关,

故存在一组不全为 0 的数 k_1, k_2, \dots, k_s , 使

$$k_1 \alpha_1 + k_2 \alpha_2 + \dots + k_s \alpha_s = 0$$

成立. 于是存在不全为 0 的数 $k_1, k_2, \dots, k_s, \underbrace{0, \dots, 0}_{m-s}$, 使

$$k_1 \alpha_1 + k_2 \alpha_2 + \dots + k_s \alpha_s + 0 \alpha_{s+1} + \dots + 0 \alpha_m = 0$$

98、设向量组 $\alpha_1 = (1, -2, 4, -1)^T$,

设向量组 $\alpha_1 = (1, -2, 4, -1)^T,$

$\alpha_2 = (-4, 8, -16, 4)^T, \alpha_3 = (-3, 1, -5, 2)^T,$

$\alpha_4 = (2, 3, 1, -1)^T$, 求这个向量组的秩以及它的一个极大线性无关组.

解: 因为 $(\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \alpha_4) = \begin{bmatrix} 1 & -4 & -3 & 2 \\ -2 & 8 & 1 & 3 \\ 4 & -16 & -5 & 1 \\ -1 & 4 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -4 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & -5 & 7 \\ 0 & 0 & 7 & -7 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -4 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

所以, $r(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) = 3$.

它的一个极大线性无关组是 $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4$ (或 $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$).

99、设有 100 个圆柱形零件, 其中 95 个长度合格, 92 个直径合格, 87 个长度直径都合格, 现从中任取一件该产品, 求:

- (1) 该产品是合格品的概率;
- (2) 若已知该产品直径合格, 求该产品是合格品的概率;
- (3) 若已知该产品长度合格, 求该产品是合格品的概率.

解: 设长度合格为 A 事件, 直径合格为 B 事件, 则长度直径都合格为 AB 事件, 根据题意有 $P(A) = 0.95, P(B) = 0.92, P(AB) = 0.87$.

- (1) 该产品是合格品的概率为 $P(AB) = \frac{87}{100} = 0.87$;
- (2) 已知该产品直径合格, 则该产品是合格品的概率为 $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0.87}{0.92} = \frac{87}{92}$;
- (3) 已知该产品长度合格, 则该产品是合格品的概率为 $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0.87}{0.95} = \frac{87}{95}$.

100、设有线性方程组[λ11]

设有线性方程组

$$\begin{bmatrix} \lambda & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 \\ 1 & 1 & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \lambda \\ \lambda^2 \end{bmatrix}$$

λ→为何值时, 方程组有唯一解?或有无穷多解?

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \lambda & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 & \lambda \\ 1 & 1 & \lambda & \lambda^2 \end{bmatrix} \xrightarrow{r_1 \leftrightarrow r_3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \lambda & \lambda^2 \\ 1 & \lambda & 1 & \lambda \\ \lambda & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

解: $\xrightarrow{\substack{-r_1+r_2 \\ -\lambda r_1+r_3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \lambda & \lambda^2 \\ 0 & \lambda-1 & 1-\lambda & \lambda-\lambda^2 \\ 0 & 1-\lambda & 1-\lambda^2 & 1-\lambda^3 \end{bmatrix}$

$$\xrightarrow{-r_2+r_3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \lambda & \lambda^2 \\ 0 & \lambda-1 & 1-\lambda & \lambda(1-\lambda) \\ 0 & 0 & (2+\lambda)(1-\lambda) & (1+\lambda)(1-\lambda)^2 \end{bmatrix}$$

∴当 λ≠1 且 λ≠-2 时, R(A)=R(Ā)=3, 方程组有唯一解
当 λ=1 时, R(A)=R(Ā)=1, 方程组有无穷多解

101、设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} (\theta+1)x^\theta, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

试分别用矩估计法和最大似然估计法估计参数 θ.

解: 提示教材第214页例3

矩估计: $E(X) = \int_0^1 x(\theta+1)x^\theta dx = \frac{1+\theta}{2+\theta} = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \hat{\theta} = \frac{2\bar{x}-1}{1-\bar{x}}$

最大似然估计:

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = \prod_{i=1}^n (\theta+1)x_i^\theta = (\theta+1)^n (x_1 x_2 \dots x_n)^\theta$$

$$\ln L = n \ln(\theta+1) + \theta \sum_{i=1}^n \ln x_i, \frac{d \ln L}{d \theta} = \frac{n}{\theta+1} + \sum_{i=1}^n \ln x_i = 0, \hat{\theta} = -\frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln x_i} - 1$$

102、市场供应的热水瓶中,甲厂产品占 50%,乙厂产品占 30%,丙厂产品占 20%,甲、乙、丙厂产品的合格率分别为 90%,85%,80%,

求买到一个热水瓶是合格品的概率.

解: 设 A₁="产品由甲厂生产", A₂="产品由乙厂生产", A₃="产品由丙厂生产", B="产品合格"

$$P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + P(A_3)P(B|A_3) = 0.5 \times 0.9 + 0.3 \times 0.85 + 0.2 \times 0.80 = 0.865$$

103、为了对完成某项工作所需时间建立一个标准,工厂随机抽查了 16 名工人分别去完成这项工作,结果发现他们所需的平均时间为 15 分钟,

样本标准差为 3 分钟,假设完成这项工作所需的时间服从正态分布,在标准差不变的情况下,试确定完成此项工作所需平均时间的置信度为 0.95 的置信区间 (已知 u_{0.975}=1.96).

解: 由于已知 σ, 故选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1),$$

完成此项工作所需平均时间的置信度为 0.95 的置信区间为

$$[\bar{x} - u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}].$$

由已知, $\bar{x} = 15, \sigma = 3, n = 16, u_{0.975} = 1.96$, 于是可得

$$\bar{x} - u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 15 - 1.96 \times \frac{3}{\sqrt{16}} = 13.53,$$

$$\bar{x} + u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 15 + 1.96 \times \frac{3}{\sqrt{16}} = 16.47,$$

因此, 完成此项工作所需平均时间的置信度为 0.95 的置信区间为 [13.53, 16.47].

104、写出 4 阶行列式中元素[1020]的代数余子式,并求其值.

写出 4 阶行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 3 & 6 \\ 0 & 2 & -5 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ 中元素 a₄₁, a₄₂ 的代数余子式, 并求其值.

解:

$$a_{41} = (-1)^{4+1} \begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 3 \\ 2 & -5 & 3 \end{vmatrix} = 0, \quad a_{42} = (-1)^{4+2} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 6 \\ 0 & -5 & 3 \end{vmatrix} = 45$$

105、已知 A=[310], B=[102], 求满足方程 3A-2X=B 中的 X.

已知 $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, 求满足方程 3A-2X=B 中的 X.

解:

$$\therefore 3A - 2X = B$$

$$\therefore X = \frac{1}{2}(3A - B) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 8 & 3 & -2 \\ -2 & 5 & 2 \\ 7 & 11 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & \frac{3}{2} & -1 \\ -1 & \frac{5}{2} & 1 \\ \frac{7}{2} & \frac{11}{2} & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

106、已知 AX=B, 其中 A=[-13-6-3], B=[1-1], 求 X.

已知 AX=B, 其中 $A = \begin{bmatrix} -13 & -6 & -3 \\ -4 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$, 求 X.

解: 利用初等行变换得

$$\left[\begin{array}{ccc|cc} -13 & -6 & -3 & 1 & 0 \\ -4 & -2 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|cc} 1 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

$$\rightarrow \left[\begin{array}{ccc|cc} 1 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -7 & -2 & -13 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|cc} 1 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & 2 & 13 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$\rightarrow \left[\begin{array}{ccc|cc} 1 & 1 & 0 & -4 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$\text{即 } A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & -7 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{于是 } X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & -7 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -17 & 1 \\ 12 & -6 \end{bmatrix}$$

107、已知 $AX=B$, 其中 $A=[123], B=[20]$, 求 X 。

已知 $AX=B$, 其中 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 7 \\ 5 & 8 & 10 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 5 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 求 X 。

解: 利用初等行变换得

$$(A|D) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 7 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 8 & 10 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -5 & -5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 & -6 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 5 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -6 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 5 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

即 $A^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -1 \\ 5 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -1 \\ 5 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 5 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -5 \\ -15 & 7 \\ 8 & -3 \end{bmatrix}$$

108、已知 $AX=B$, 其中 $A=[123], B=[23]$, 求 X 。

已知 $AX=B$, 且 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 7 \\ 5 & 8 & 10 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 求 X 。

11. 解: 利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 7 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 8 & 10 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -5 & -5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 & -6 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & -5 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -6 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -5 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

即 $A^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -1 \\ 5 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

于是 $X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -1 \\ 5 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -23 \\ 5 & 22 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$

109、已知 $AX=B$, 其中 $A=[123], B=[23]$, 求 X 。

已知 $AX=B$, 其中 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 7 \\ 5 & 8 & 10 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 求 X 。

解: 利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 7 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 8 & 10 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -5 & -5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 & -6 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 5 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -6 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 5 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

即 $A^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -1 \\ 5 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

由矩阵乘法运算得

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -1 \\ 5 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 13 \\ -15 & -23 \\ 8 & 12 \end{bmatrix}$$

110、已知 $P(A)=4, P(B|A)=3, P(A|B)=2$, 求 $P(A+B)$

13. 已知 $P(A) = \frac{1}{4}, P(B|A) = \frac{1}{3}, P(A|B) = \frac{1}{2}$, 求 $P(A+B)$ 。

13. 解: $P(AB) = P(A)P(B|A) = \frac{1}{12}$

$$P(B) = \frac{P(AB)}{P(A|B)} = \frac{1}{6}$$

于是 $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$

$$U = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} = \frac{31.18 - 32.5}{1.1 / \sqrt{9}} = -3.6$$
 10分

在 0.05 的显著性水平下, $\left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \right| = 3.6 > 1.96$, 因此拒绝零假设 H_0 , 即这批砖的抗断

强度不合格。 16分

111、已知 $X=AX+B$, 其中 $A=[010], B=[1-1]$, 求 X 。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$$

已知 $X=AX+B$, 其中 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$, 求 X 。

11. 解: $X = (I-A)^{-1}B$ 5分

$$\text{且 } (I-A) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(I-A)^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$
12分

由矩阵乘法得

$$X = (I-A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 4 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$$
16分

112、已知 $XA=B$, 其中 $A=[1-32], B=[20-1]$, 求 X 。

已知 $XA=B$, 其中 $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, 求 X 。

11. 解: 利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 & 3 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 6 & 8 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 6 & 8 & -5 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

由此得

$$X = BA^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 8 & -5 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 17 & -11 \end{bmatrix}$$

113、已知矩阵方程 $X=AX+B$, 其中 $A=[010]$, $B=[1-1]$, 求 X .

已知矩阵方程 $X=AX+B$, 其中 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$, 求 X .

解: 因为 $(I-A)X=B$, 且

$$(I-A): J = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

即 $(I-A)^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

所以 $X = (I-A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 4 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$

114、已知某零件的重量服从正态分布, 随机抽取 9 个样品, 重量分别为

18, 17, 20, 16, 17, 18, 19, 18, 19

求零件重量均值的置信区间.

(置信度 $1-\alpha=0.95$, $t_{0.05}(8)=2.306$)

解: $\alpha=0.05, n=9$. 选用统计量 $t = \frac{\bar{x} - \mu}{s} \sqrt{n} \sim t(n-1)$,

代入样本值计算

$$\bar{x} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 x_i = 18, s^2 = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^9 (x_i - \bar{x})^2 = 1.5$$

$$\sqrt{\frac{s^2}{9}} = \sqrt{\frac{1.5}{9}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

已知 $t_{0.05}(8) = 2.306$

于是, 重量的均值 μ 的置信区间为

$$[\bar{x} - t_{0.05}(8) \sqrt{\frac{s^2}{n}}, \bar{x} + t_{0.05}(8) \sqrt{\frac{s^2}{n}}] =$$

$$[18 - \frac{2.306}{\sqrt{6}}, 18 + \frac{2.306}{\sqrt{6}}] = [17.06, 18.94]$$

115、已知某种零件重量 $X \sim N(15, 0.09)$, 采用新技术后,

取了 9 个样品, 测得重量 (单位: kg) 的平均值为 14.9, 已知方差不变, 问平均重量是否仍为 15 ($\alpha=0.05, u_{0.975}=1.96$)?

解: 零假设 $H_0: \mu=15$. 由于已知 $\sigma^2=0.09$, 故选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

已知 $\bar{x}=14.9$, 经计算得

$$\frac{\sigma}{\sqrt{9}} = \frac{0.3}{3} = 0.1, \frac{|\bar{x} - \mu|}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{|14.9 - 15|}{0.1} = 1$$

由已知条件 $u_{0.975}=1.96$,

$$\frac{|\bar{x} - \mu|}{\sigma/\sqrt{n}} = 1 < 1.96 = u_{0.975}$$

故接受零假设, 即零件平均重量仍为 15.

116、用初等行变换求下列矩阵的逆矩阵:

$$(1) \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}; (2) \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \end{bmatrix}; (3) \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

解: (1)

$$[A|I] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} -2r_1+r_2 \\ -2r_1+r_3 \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -6 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -6 & -3 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\begin{matrix} \frac{2}{3}r_2+r_1 \\ -\frac{2}{3}r_2+r_3 \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & -3 & -6 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 2 & -2 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} -\frac{1}{9}r_3 \\ \frac{1}{3}r_2 \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{9} & -\frac{2}{9} & \frac{1}{9} \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\begin{matrix} \frac{2}{9}r_3+r_1 \\ -\frac{2}{9}r_3+r_2 \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{9} & \frac{2}{9} & \frac{2}{9} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{2}{9} & \frac{1}{9} & -\frac{2}{9} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{9} & -\frac{2}{9} & \frac{1}{9} \end{bmatrix}$$

$$\therefore A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{9} & \frac{2}{9} & \frac{2}{9} \\ \frac{2}{9} & \frac{1}{9} & -\frac{2}{9} \\ \frac{2}{9} & -\frac{2}{9} & \frac{1}{9} \end{bmatrix}$$

$$(2) A^{-1} = \begin{bmatrix} 22 & -6 & -26 & 17 \\ -17 & 5 & 20 & -13 \\ -1 & 0 & 2 & -1 \\ 4 & -1 & -5 & 3 \end{bmatrix} \text{ (过程略)}$$

$$(3) A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

117、用消元法解线性方程组 $\begin{cases} x_1-3x_2-2x_3-x_4=6 \end{cases}$

用消元法解线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 6 \\ 3x_1 - 8x_2 + x_3 + 5x_4 = 0 \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 = -12 \\ -x_1 + 4x_2 - x_3 - 3x_4 = 2 \end{cases}$$

解:

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 6 \\ 3 & -8 & 1 & 5 & 0 \\ -2 & 1 & -4 & 1 & -12 \\ -1 & 4 & -1 & -3 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} -3r_1+r_2 \\ 2r_1+r_3 \\ r_1+r_4 \end{smallmatrix}} \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 6 \\ 0 & 1 & 7 & 8 & -18 \\ 0 & -5 & -8 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -4 & 8 \end{bmatrix} \\ &\xrightarrow{\begin{smallmatrix} 3r_2+r_1 \\ 5r_2+r_3 \\ -r_1+r_4 \end{smallmatrix}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 19 & 23 & -48 \\ 0 & 1 & 7 & 8 & -18 \\ 0 & 0 & 27 & 39 & -90 \\ 0 & 0 & -10 & -12 & 26 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} 3r_1+r_3 \\ -\frac{1}{2}r_4 \end{smallmatrix}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 19 & 23 & -48 \\ 0 & 1 & 7 & 8 & -18 \\ 0 & 0 & 3 & -3 & 12 \\ 0 & 0 & 5 & 6 & -13 \end{bmatrix} \\ &\xrightarrow{\frac{1}{3}r_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 19 & 23 & -48 \\ 0 & 1 & 7 & 8 & -18 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & 6 & -13 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} -19r_3+r_1 \\ -7r_3+r_2 \\ -5r_3+r_4 \end{smallmatrix}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 42 & -124 \\ 0 & 1 & 0 & 15 & -46 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 11 & -33 \end{bmatrix} \\ &\xrightarrow{\frac{1}{11}r_4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 42 & -124 \\ 0 & 1 & 0 & 15 & -46 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} -42r_4+r_1 \\ -15r_4+r_2 \\ r_4+r_3 \end{smallmatrix}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

□□ ∴ 方程组解为 $\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = 1 \\ x_4 = -3 \end{cases}$

118、在线性方程组中 $\{X_1+2X_2+3X_3=0\}$, 取何值时, 此方程组有解. 在有解的情况下, 求出通解.

12. 在线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ -x_1 + x_2 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = \lambda \end{cases}$$

中 λ 取何值时, 此方程组有解. 在有解的情况下, 求出通解.

12. 解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & \lambda \end{bmatrix} &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & -1 & -1 & \lambda \end{bmatrix} \\ &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda+1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda+1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

由此可知当 $\lambda \neq -1$ 时方程组无解, 当 $\lambda = -1$ 时方程组有解.

此时方程组的一般解为

$$\begin{cases} x_1 = -x_3 - 2 \\ x_2 = -x_3 + 1 \end{cases}, \text{其中 } x_3 \text{ 是自由未知量.}$$

令 $x_3 = 0$, 得方程组的一个特解 $X_0 = (-2, 1, 0)'$.

方程组的导出组的一般解为:

$$\begin{cases} x_1 = -x_3 \\ x_2 = -x_3 \end{cases}, \text{其中 } x_3 \text{ 是自由未知量.}$$

令 $x_3 = 1$, 得导出组的解向量 $X_1 = (-1, -1, 1)'$.

所以方程组的通解为:

$$X = X_0 + k_1 X_1, \text{其中 } k_1 \text{ 是任意实数.}$$

证明题(39)--电大资源网: <http://www.dda123.cn/> (微信搜: 905080280)

- 1、对任意方阵 A, 试证 $A+A'$ 是对称矩阵. ...
- 2、故接受零假设, 即可以认为这批零件的平均重...
- 3、可逆的对称矩阵的逆矩阵也是对称矩阵. ...
- 4、若 A 是 n 阶方阵, 且 $AA'=I$, 试证 $|A|=1$ 或 -1
- 5、若 A 是正交矩阵, 试证 A' 也是正交矩阵. ...
- 6、设 A, B, 是两个随机事件, 试证:
- 7、设 A, B, 是同阶对称矩阵, 试证: $AB+BA$ 也是对称...
- 8、设 A, B 都是 n 阶矩阵, 且 A 为对称矩阵, 试证: $B'AB$...
- 9、设 A, B 是 n 阶对称矩阵, 试证: $A+B$ 也是对称矩阵...
- 10、设 A, B 是 n 阶矩阵, B 可逆, 且 $AB=0$, 试证: $A=0$
- 11、设 A, B 是两个随机事件, 试证:
- 12、设 A, B 是同阶对称矩阵, 试证: $AB+BA$ 也是对称矩...
- 13、设 A, B 为随机事件, 试证: $P(A)=P(A-B)+P(AB)$...
- 14、设 A, B 为随机事件, 试证: $P(A)=P(A-B)+P(AB)$...
- 15、设 A, B 为随机事件, 试证: $P(A-B)=P(A)-P(AB)$...
- 16、设 A, B 为随机事件, 试证: $P(A-B)=P(A)-P(AB)$...
- 17、设 A, B 为同阶对称矩阵, 试证: $AB+BA$ 也是对称矩...
- 18、设 a_1, a_2, a_3 是线性无关的, 证明 $a_1+a_2, a_2+aa, a...$
- 19、设 A 是 n 阶矩阵, 若 $A^3=0$, 则
- 20、设 A 为 n 阶方阵, 且满足 $AA'=I$,
- 21、设 A 为正交矩阵, 试证: $|A|$ 等于 1 或 -1. ...
- 22、设 A 为 n 阶方阵, 且满足 $AA'=I, |A|=-1$, 证明 $I+A$...
- 23、设 n 阶方阵 A 满足 $A^2+A-3I=0$, 试证方阵 $A-I$ 可逆. ...
- 24、设 n 阶方阵 A 满足 $A^2-2I=0$, 试证: 方阵 $A-I$ 可逆. ...
- 25、设 n 阶矩阵 A 满足 $(A-I)(A+I)=0$, 则 A 为可逆矩阵...
- 26、设 a_1, a_2, a_3 是线性无关的, 证明,
- 27、设 λ 是可逆矩阵 A 的特征值, 且 $\lambda \neq 0$
- 28、设随机变量的均值、方差都存在, 且 D...
- 29、设随机事件
- 30、设随机事件 A, B, 满足
- 31、设随机事件 A, B, 相互独立, 试证:
- 32、设向量组 a_1, a_2, a_3 是线性无关的, 证明, a_1 ...
- 33、设向量组 a_1, a_2, a_3 线性无关,
- 34、试证: 纯情方程组有解时, 它有唯一解的充分必...
- 35、试证: 任一 4 维向量 $\beta=$
- 36、试证: 线性方程组有解时, 它有唯一解的充分必...
- 37、已知随机事件 A, B 满足
- 38、用配方法将二次型
- 39、证明: 可逆的对称矩阵的逆矩阵是对称矩阵. ...

1、对任意方阵 A, 试证 $A+A'$ 是对称矩阵。

证明: 由已知条件和对称矩阵的性质

$$(A+A')' = A' + (A')' = A' + A = A+A'$$

所以 $A+A'$ 是对称矩阵

2、故接受零假设, 即可以认为这批零件的平均重量为 15 千克。

15. 证明: 因为 $P(\bar{A}B) = P(B) - P(AB) = P(B) - P(A)P(B) = P(B)(1 - P(A)) = P(\bar{A})P(B)$

所以 \bar{A}, B 也相互独立. 证毕.

3、可逆的对称矩阵的逆矩阵也是对称矩阵。

证明: 设 A 可逆, 且 $A' = A$ 则 $(A^{-1})' = (A')^{-1} = A^{-1}$,

所以 A^{-1} 也是对称矩阵. 证毕.

4、若 A 是 n 阶方阵, 且 $AA' = I$, 试证 $|A| = 1$ 或 -1 。

证明: $\because A$ 是 n 阶方阵, 且 $AA' = I$

$$\therefore \rightarrow |AA'| = |A||A'| = |A|^2 = |I| = 1$$

$$\therefore \rightarrow |A| = 1 \text{ 或 } |A| = -1$$

5、若 A 是正交矩阵, 试证 A' 也是正交矩阵

证明: 因为 A 是正交阵, 故 $A'A = I$, 因而 A 可逆且 $A^{-1} = A'$

$$\text{所以有 } (A')'A' = (A^{-1})'A' = (AA^{-1})' = I' = I$$

即, A' 是正交阵

6、设 A, B, 是两个随机事件, 试证:

设 A, B 是两个随机事件, 试证: $P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})$

证明: 由事件的关系可知 $B = BU = B(A + \bar{A}) = AB + \bar{A}B$

而 $(AB)(\bar{A}B) = \emptyset$, 故由加法公式和乘法公式可知

$$P(B) = P(AB) + P(\bar{A}B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) \text{ 证毕.}$$

7、设 A, B, 是同阶对称矩阵, 试证: $AB+BA$ 也是对称矩阵。

证明: 因 $(AB+BA)' = (AB)' + (BA)' = B'A' + A'B' = BA + AB = AB + BA$

故可知 $AB+BA$ 是对称矩阵. 证毕.

8、设 A, B 都是 n 阶矩阵, 且 A 为对称矩阵, 试证: $B'AB$ 也是对称矩阵。

设 A, B 都是 n 阶矩阵, 且 A 为对称矩阵, 试证: $B'AB$ 也是对称矩阵.

15. 证明: 由矩阵转置的运算性质可得

$$(B'AB)' = B'A'(B')' = B'A'B$$

又 A 为对称矩阵, 故 $A' = A$, 从而

$$(B'AB)' = B'AB$$

因此, $B'AB$ 也是对称矩阵.

9、设 A, B 是 n 阶对称矩阵, 试证: $A+B$ 也是对称矩阵。

设 A, B 是 n 阶对称矩阵, 试证: $A+B$ 也是对称矩阵.

15. 证明: A, B 是同阶矩阵, 由矩阵的运算性质可知

$$(A+B)' = A' + B'$$

已知 A, B 是对称矩阵, 故有 $A' = A, B' = B$, 从而

$$(A+B)' = A+B$$

由此可知, $A+B$ 也是对称矩阵.

10、设 A, B 是阶矩阵, B 可逆, 且 $AB=0$, 试证: $A=0$ 。

证明: 在 $AB=0$ 的两端右乘 B^{-1} , 得 $ABB^{-1} = 0B^{-1}$.

上式左端为 $ABB^{-1} = AI = A$ 右端为 $0B^{-1} = 0$

故有 $A=0$ 证毕.

11、设 A, B 是两个随机事件, 试证:

试证: $P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})$

证明: 由事件的关系可知

$$B = BU = B(A + \bar{A}) = AB + \bar{A}B$$

而 $(AB)(\bar{A}B) = \emptyset$, 故由加法公式和乘法公式可知

$$P(B) = P(AB) + P(\bar{A}B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) \text{ 证毕.}$$

12、设 A, B 是同阶对称矩阵, 试证: $AB+BA$ 也是对称矩阵

证明: 因

$$(AB+BA)' = (AB)' + (BA)' = B'A' + A'B' = BA + AB = AB + BA.$$

故可知是对称矩阵, 证毕.

13、设 A, B 为随机事件, 试证: $P(A) = P(A-B) + P(AB)$

设 A, B 为随机事件, 试证: $P(A) = P(A-B) + P(AB)$.

15. 证明: 由事件的关系可知

$$A = A \cup U = A \cup (B + \bar{B}) = AB + A\bar{B} = (A-B) + AB$$

而 $(A-B) \cap AB = \emptyset$, 故由概率的性质可知

$$P(A) = P(A-B) + P(AB) \text{}$$

14、设 A, B 为随机事件, 试证: $P(A) = P(A-B) + P(AB)$

设 A, B 为随机事件, 试证: $P(A) = P(A-B) + P(AB)$

证明: 由事件的关系可知

$$A = A \cup U = A \cup (B + \bar{B}) = AB + A\bar{B} = (A-B) + AB$$

而 $(A-B) \cap AB = \emptyset$,

故由概率的性质可知 $P(A) = P(A-B) + P(AB)$

15、设 A, B 为随机事件, 试证: $P(A-B) = P(A) - P(AB)$

设 A, B 为随机事件, 试证: $P(A-B) = P(A) - P(AB)$

证明: 由事件的关系可知

$$A = AU = A(B + \bar{B}) = AB + A\bar{B} = AB + (A-B)$$

而 $(A-B) \cap AB = \emptyset$, 故由概率的性质可知 $P(A) = P(A-B) + P(AB)$

即 $P(A-B) = P(A) - P(AB)$ 证毕.

16、设 A, B 为随机事件, 试证: $P(A-B) = P(A) - P(AB)$ 。

15. 证明: 由事件的关系可知

$$A = AU = A(B + \bar{B}) = AB + A\bar{B} = AB + (A-B)$$

而 $(A-B) \cap AB = \emptyset$, 故由概率的性质可知

$$P(A) = P(A-B) + P(AB)$$

即

$$P(A-B) = P(A) - P(AB) \text{ 证毕}$$

17、设 A, B 为同阶对称矩阵, 试证: $AB+BA$ 也是对称矩阵

15. 证明: 因

$$(AB+BA)' = (AB)' + (BA)' = B'A' + A'B' = BA + AB = AB + BA$$

所以 $AB+BA$ 是对称矩阵. 证毕.

18、设 a_1, a_2, a_3 是线性无关的, 证明 $a_1+a_2, a_2+aa, a; +as$ 也线性无关

15. 设有一组数 k_1, k_2, k_3 , 使得

$$k_1(\alpha_1 + \alpha_2) + k_2(\alpha_2 + \alpha_3) + k_3(\alpha_1 + \alpha_3) = 0$$

成立, 即 $(k_1 + k_3)\alpha_1 + (k_1 + k_2)\alpha_2 + (k_2 + k_3)\alpha_3 = 0$, 由已知 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关

$$\begin{cases} k_1 + k_3 = 0 \\ k_1 + k_2 = 0 \\ k_2 + k_3 = 0 \end{cases}$$

成立, 由于该方程组只有零解, 即 $k_1 = k_2 = k_3 = 0$, 故 $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + \alpha_3$ 是线性的. 证毕.

19. 设 A 是 n 阶矩阵, 若 $A^3=0$, 则

$$(I - A)^{-1} = I + A + A^2.$$

证明: 因为 $(I - A)(I + A + A^2)$

$$= I + A + A^2 - A - A^2 - A^3$$

$$= I - A^3 = I$$

$$\text{所以 } (I - A)^{-1} = I + A + A^2$$

20. 设 A 为 n 阶方阵, 且满足 $AA' = I$,

$|A| = -1$, 证明 $|I + A| = 0$.

答案: 证明: 因为

$$|I + A| = |AA' + A| = |A(A' + I)| = |A||A' + I| = |A||I + A| = -|I + A|$$

所以 $|I + A| = 0$.

21. 设 A 为正交矩阵, 试证: $|A|$ 等于 1 或 -1.

设 A 为正交矩阵, 试证: $|A|$ 等于 1 或 -1.

15. 证明: 因为

$$AA' = I, |AA'| = |A||A'| = |A||A| = |A|^2 = |I| = 1$$

即 $|A|^2 = 1$, 所以 $|A|$ 等于 1 或 -1. 证毕.

22. 设 A 为 n 阶方阵, 且满足 $AA' = I, |A| = -1$, 证明 $|I + A| = 0$.

证明: 因为

$$|I + A| = |AA' + A| = |A(A' + I)|$$

$$= |A||A' + I| = |A||I + A| = -|I + A|$$

所以 $|I + A| = 0$.

23. 设 n 阶方阵 A 满足 $A^2 + A - 3I = O$, 试证方阵 $A - I$ 可逆.

设 n 阶方阵 A 满足 $A^2 + A - 3I = O$, 试证方阵 $A - I$ 可逆.

15. 证明: 由 $A^2 + A - 3I = O$ 可得 $(A - I)(A + 2I) = I$

因此, 方阵 $A - I$ 可逆, 其逆为 $A + 2I$.

24. 设 n 阶方阵 A 满足 $A^2 - 2I = O$, 试证: 方阵 $A - I$ 可逆.

设 n 阶方阵 A 满足 $A^2 - 2I = O$, 试证: 方阵 $A - I$ 可逆.

15. 证明: 由 $A^2 - 2I = O$ 可得

$$(A - I)(A + I) = I$$

因此, 方阵 $A - I$ 可逆, 其逆为 $A + I$.

25. 设 n 阶矩阵 A 满足 $(A - I)(A + I) = 0$, 则 A 为可逆矩阵.

设 n 阶矩阵 A 满足 $(A - I)(A + I) = 0$, 则 A 为可逆矩阵.

证明: 因为 $(A - I)(A + I) = A^2 - I = 0$,

即 $A^2 = I$ 所以, A 为可逆矩阵.

26. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是线性无关的, 证明,

$\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + \alpha_3$ 也线性无关.

证明: 设有一组数 k_1, k_2, k_3 , 使得

$$k_1(\alpha_1 + \alpha_2) + k_2(\alpha_2 + \alpha_3) + k_3(\alpha_1 + \alpha_3) = 0 \text{ 成立,}$$

$$\text{即 } (k_1 + k_3)\alpha_1 + (k_1 + k_2)\alpha_2 + (k_2 + k_3)\alpha_3 = 0,$$

由已知 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 故有

$$\begin{cases} k_1 + k_3 = 0 \\ k_1 + k_2 = 0 \\ k_2 + k_3 = 0 \end{cases}$$

该方程组只有零解, 得 $k_1 = k_2 = k_3 = 0$,

故 $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + \alpha_3$ 是线性无关的. 证毕.

27. 设 λ 是可逆矩阵 A 的特征值, 且 $\lambda \neq 0$,

试证: $\frac{1}{\lambda}$ 是矩阵 A^{-1} 的特征值.

证明: $\because \lambda$ 是可逆矩阵 A 的特征值

\therefore 存在向量 ξ , 使 $A\xi = \lambda\xi$

$$\therefore I\xi = (A^{-1}A)\xi = A^{-1}(A\xi) = A^{-1}(\lambda\xi) = \lambda A^{-1}\xi = \xi$$

$$\therefore A^{-1}\xi = \frac{1}{\lambda}\xi$$

即 $\frac{1}{\lambda}$ 是矩阵 A^{-1} 的特征值.

28. 设随机变量的均值、方差都存在, 且 D

$D(X) \neq 0$, 试证: 随机变量 $Y = \frac{X - E(X)}{\sqrt{D(X)}}$ 的均值为 0.

$$\text{证明: } E(Y) = E\left(\frac{X - E(X)}{\sqrt{D(X)}}\right) = \frac{1}{\sqrt{D(X)}} E(X - E(X)) = \frac{1}{\sqrt{D(X)}} [E(X) - E(X)] = 0$$

结论得证.

29. 设随机事件

$$\text{证明: 因为 } P(\overline{AB}) = P(A) - P(AB) = P(A) - P(A)P(B) = P(A)(1 - P(B))$$

$$= P(A)P(\overline{B})$$

所以, A 与 B 相互独立.

30. 设随机事件 A, B , 满足

设随机事件 A, B 满足 $AB = \emptyset$, 试证: $P(A + \overline{B}) = 1 - P(B)$.

证明: 由 $AB = \emptyset$ 可知 $A \subset \overline{B}$, 因此得 $A + \overline{B} = \overline{B}$, 故 $P(A + \overline{B}) = P(\overline{B})$.

由因为 $P(\overline{B}) = 1 - P(B)$, 故有 $P(A + \overline{B}) = 1 - P(B)$ 证毕.

31. 设随机事件 A, B , 相互独立, 试证:

设随机事件 A, B 相互独立, 试证: $\overline{A}, \overline{B}$ 也相互独立.

$$\text{证明: } P(\overline{AB}) = P(\overline{B}) - P(AB) = P(\overline{B}) - P(A)P(B) = P(\overline{B})(1 - P(A))$$

$$= P(\overline{A})P(\overline{B}) \text{ 所以 } \overline{A}, \overline{B} \text{ 也相互独立. 证毕.}$$

32. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是线性无关的, 证明, $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + \alpha_3$ 也线性无关.

答案:

15. 证明: 设有一组数 k_1, k_2, k_3 , 使得 $k_1(\alpha_1 + \alpha_2) + k_2(\alpha_2 + \alpha_3) + k_3(\alpha_1 + \alpha_3) = 0$ 成立, 即

$(k_1 + k_3)\alpha_1 + (k_1 + k_2)\alpha_2 + (k_2 + k_3)\alpha_3 = 0$, 由已知 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 故有

$$\begin{cases} k_1 + k_3 = 0 \\ k_1 + k_2 = 0 \\ k_2 + k_3 = 0 \end{cases}$$

该方程组只有零解, 得 $k_1 = k_2 = k_3 = 0$, 故 $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + \alpha_3$ 是线性无关的, 证毕.

.....6 分

33. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关,

令 $\beta_1 = \alpha_1 + 2\alpha_2$, $\beta_2 = 3\alpha_2 + 2\alpha_3$, $\beta_3 = 4\alpha_3 - \alpha_1$,

证明向量组 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 线性无关。

证明: 设 $k_1\beta_1 + k_2\beta_2 + k_3\beta_3 = 0$, 即

$$k_1(\alpha_1 + 2\alpha_2) + k_2(3\alpha_2 + 2\alpha_3) + k_3(4\alpha_3 - \alpha_1) = 0$$

$$(k_1 - k_3)\alpha_1 + (2k_1 + 3k_2)\alpha_2 + (2k_2 + 4k_3)\alpha_3 = 0$$

$$\begin{cases} k_1 - k_3 = 0 \\ 2k_1 + 3k_2 = 0 \\ 2k_2 + 4k_3 = 0 \end{cases}$$

解得 $k_1=0, k_2=0, k_3=0$, 从而 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 线性无关。

34、试证: 纯情方程组有解时, 它有唯一解的充分必要条件是: 相应的齐次线性方程组只有零解。

证明: 设 $AX=B$ 为含 n 个未知量的线性方程组。

该方程组有解, 即 $R(\bar{A}) = R(A) = n$ 。

从而 $AX=B$ 有唯一解当且仅当 $R(A) = n$ 。

而相应齐次线性方程组 $AX=0$ 只有零解的充分必要条件是 $R(A)=n$ 。

$\therefore AX=B$ 有唯一解的充分必要条件是: 相应的齐次线性方程组 $AX=0$ 只有零解。

35、试证: 任一 4 维向量 $\beta =$

试证: 任一 4 维向量 $\beta = [a_1, a_2, a_3, a_4]$ 都可由向量组

$$\alpha_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \alpha_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \alpha_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \alpha_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

线性表示, 且表示方式唯一, 写出这种表示方式。

$$\text{证明: } \alpha_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \alpha_2 - \alpha_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \alpha_3 - \alpha_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \alpha_4 - \alpha_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

任一 4 维向量可唯一表示为

$$\begin{aligned} \beta &= \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = a_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + a_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + a_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + a_4 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= a_1\alpha_1 + a_2(\alpha_2 - \alpha_1) + a_3(\alpha_3 - \alpha_2) + a_4(\alpha_4 - \alpha_3) \\ &= (a_1 - a_2)\alpha_1 + (a_2 - a_3)\alpha_2 + (a_3 - a_4)\alpha_3 + a_4\alpha_4 \end{aligned}$$

36、试证: 线性方程组有解时, 它有唯一解的充分必要条件是: 相应的齐次线性方程组只有零解。

证明: 设 $AX=B$ 为含 n 个未知量的线性方程组

该方程组有解, 即 $R(\bar{A}) = R(A) = n$

从而 $AX=B$ 有唯一解当且仅当 $R(A) = n$

而相应齐次线性方程组 $AX=0$ 只有零解的充分必要条件是 $R(A) = n$

$\therefore AX=B$ 有唯一解的充分必要条件是: 相应的齐次线性方程组 $AX=0$ 只有零解

37、已知随机事件 A, B 满足

已知随机事件 A, B 满足 $A \supset B$, 试证: $P(A-B) = P(A) - P(B)$ 。

证明: 已知 $A \supset B$, 由事件的关系可知 $A = (A-B) \cup B$

而 $(A-B) \cap B = \emptyset$, 故由概率的性质可知 $P(A) = P(A-B) + P(B)$

即 $P(A-B) = P(A) - P(B)$ 证毕。

38、用配方法将二次型

用配方法将二次型

$$f = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + 2x_1x_2 - 2x_2x_4 - 2x_2x_3 + 2x_3x_4$$

化为标准型。

解:

$$\begin{aligned} f &= (x_1 + x_2)^2 + x_3^2 + x_4^2 - 2x_2x_4 - 2x_2x_3 + 2x_3x_4 = (x_1 + x_2)^2 + x_3^2 + 2x_3(-x_2 + x_4) + x_4^2 - 2x_2x_4 \\ &= (x_1 + x_2)^2 + (x_3 - x_2 + x_4)^2 - x_2^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{令 } y_1 = x_1 + x_2, \quad y_2 = x_3 - x_2 + x_4, \quad y_3 = x_2, \quad x_4 = y_4$$

$$\text{即 } \begin{cases} x_1 = y_1 - y_3 \\ x_2 = y_3 \\ x_3 = y_2 + y_3 - y_4 \\ x_4 = y_4 \end{cases}$$

则将二次型化为标准型 $f = y_1^2 + y_2^2 - y_3^2$

39、证明: 可逆的对称矩阵的逆矩阵是对称矩阵。

证明: 可逆的对称矩阵的逆矩阵是对称矩阵。

15. 证明: 设 A 为可逆的对称矩阵, 则由矩阵的运算性质可得

$$(A^{-1})' = (A')^{-1}$$

又 A 为对称矩阵, 故 $A' = A$, 从而

$$(A^{-1})' = A^{-1}$$

因此, A^{-1} 也是对称矩阵。

上一次考试有 150 多个科目改版, 电大资源网每学期均会在期末考试前整合最新历届试题+形考作业+综合练习册题目, 有需要直接访问 <http://www.dda123.cn/>

任何问题都可以联系我微信: 905080280

请直接打印, 已按字母排版

已整理 700 个国开科目, 有需要请直接微信 905080280, 说明要购买的试卷号及科目名称即可

ps: 资料考前整理, 只供大家复习使用! 已和最新历届试题核对, 有新题并已整合, 以此版为准



手机用浏览器扫码访问电大资源网